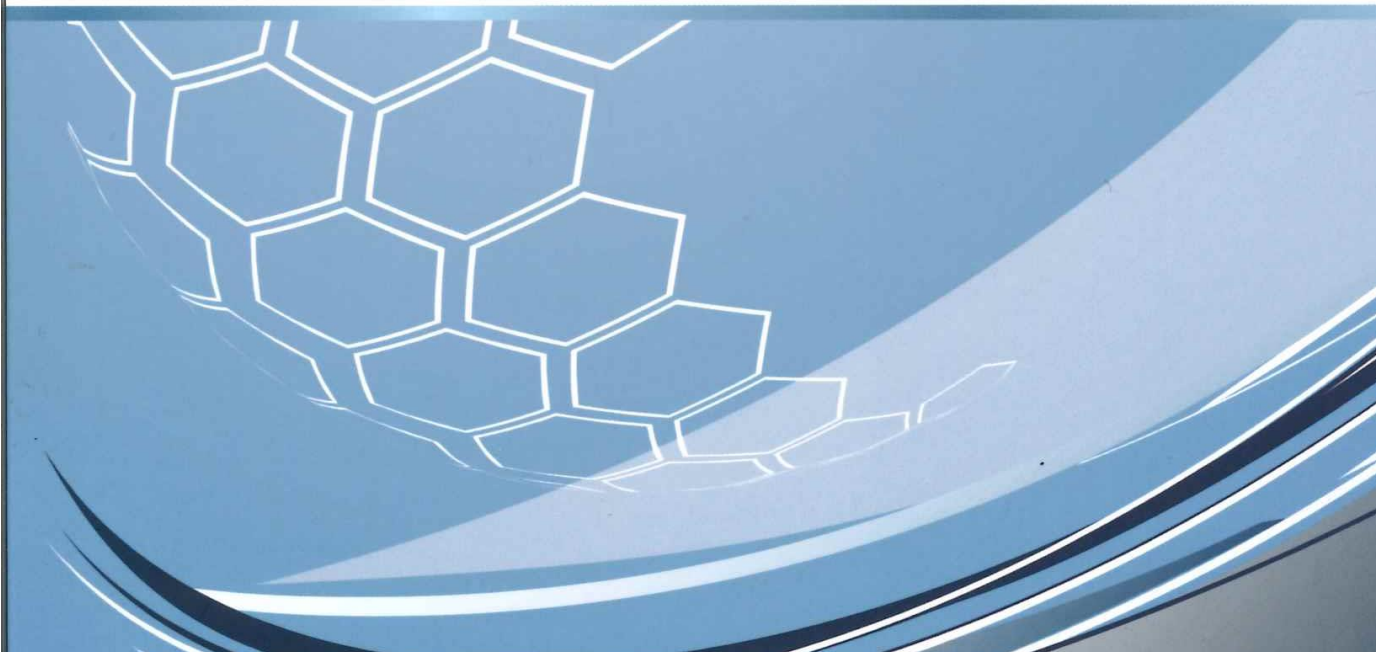


## Garai Géza Szabadegyetem II.



Lektor: Dávid András

© Dr. Tarsoly Péter, Dr. habil Jancsó Tamás, Dr. Busics György, Dr. Nagy Gábor, Dr. Borbély József, Dr. Udvardy Péter

2021.

ISBN 978-963-449-281-8

ISSN HU ISSN 2416-3228

Felelős kiadó: Prof. Dr. Kovács Levente Adalbert rektor

Felelős szerkesztő: Dr. habil Hajnal Éva

Printed in Hungary

# Tartalomjegyzék

ELŐSZÓ A HARMADIK KÖTETHEZ .....	4
A HAZAI NEMKARSZTOS BARLANGOK TOPOLÓGIAI ELEMZÉSE .....	5
FOTOGRAMMETRIA SPECIÁLIS ALKALMAZÁSI TERÜLETEI .....	21
A KÖZÉPKORI HOSSZETALON REKONSTRUKCIÓJÁNAK LEHETŐSÉGE KORABELI ÉPÜLETEK MÉRETEIBŐL .....	41
MI A PONTFELHŐ, MIRE HASZNÁLHATÓ? .....	57
PÁRKERESÉSI PROBLÉMÁK, AVAGY A PÁRBAÁLLÍTÁS MÓDSZERÉNEK ALKALMAZÁSA MATEMATIKAI PROBLÉMÁKBAN .....	67
VIDÉKFEJLESZTÉS A XXI. SZÁZADBAN .....	79

## ELŐSZÓ A HARMADIK KÖTETHEZ

A székesfehérvári születésű természettudós tanár, Rónay Jácint (1814-1889) írta „*Egész életemen keresztül vagy tanítvány, vagy tanár voltam*”. Egyetemi oktatóként az előadóterem katedra felőli oldalán állunk, de korábban legalább ennyire határozott módon voltunk a padosorokban ülő diákok is.

A Garai Géza Szabadegyetem előadásain, a fenti két alapállás erősen és természetesen keveredik, hiszen az elhangzottakból tanulunk, illetve tisztelt kollégáinknak adunk elő. Egymást is képezzük, megosztjuk sikereinket, tudományos hezitálásainkat.

A szabadegyetem kiváló fórum az együttgondolkodásra, az intellektuális megmérettetésre, egymás inspirálására.

A Garai Géza Szabadegyetem III. kiadványa a fentiek szándékával készült. A kötet írásos lenyomata az Óbudai Egyetem Alba Regia Műszaki Kar, bizonyos, megvalósult kutatásainak. A kiadványban szereplő cikkek önálló teljesítmények, ösztönző tudományos munkák.

Olvassák olyan szeretettel, ahogyan a kiadványt készítettük.

Székesfehérvár, 2021. december 8.

Prof. Dr. Györök György  
dékán

# A HAZAI NEMKARSZTOS BARLANGOK TOPOLÓGIAI ELEMZÉSE

Dr. Tarsoly Péter, egy. adjunktus

Óbudai Egyetem, Alba Regia Műszaki Kar (OE-AMK, Székesfehérvár)  
tarsoly.peter@amk.uni-obuda.hu

*Abstract*—A barlangok kvantitatív adatokkal történő jellemzése geometriai és topológiai modellezést jelent, amely lehetőséget ad a múltbeli, jelenkori és jövőbeni folyamatok megértésére és magyarázatára. A geometriai/topológiai modellezés alapja a barlangról készített térkép, amely lehetővé teszi síkbeli és térbeli tulajdonságok, hasonlóságok és eltérések keresését és megfogalmazását, és ezzel együtt a barlangok csoportosítását. A felismert tulajdonságok szoros összefüggésben vannak a barlangok kialakulásával és morfológiájával, a morfometrikus tulajdonságok általánosíthatók. Általában egy barlang esetében nem beszélhetünk egyetlen barlangképző erőről, hanem több barlangképző erő együttes hatásáról. A topológiai elemzések lehetővé teszik, hogy barlangokra vagy barlangszakaszokra nézve meghatározzuk a barlangképző erők közül a legjelentősebbet, ami a barlangok genotípusainak megállapításánál kulcsfontosságú. Az elmúlt száz évben számos tanulmány jelent meg a karsztos barlangok geometriai és topológiai jellemzésével kapcsolatban. Dolgozatomban a karsztos barlangokra megfogalmazott modellezési, geometriai és topológiai paramétereket alkalmaztam a hazai nemkarsztos barlangokra azzal a céllal, hogy bemutassam egy elsősorban geometriai, morfológiai tulajdonságokra épülő, matematikailag leírható új jellemzési rendszerüket.

## I. BEVEZETÉS

A barlangok térszerkezetének kutatása, a morfológiai és geológiai adottságok összefüggése a felszíni területek morfológiájával számos kutatás vezérfonala volt az elmúlt száz évben (*Martel, 1921; Renault, 1970; Ford and Williams, 1989; Palmer, 1991; Klimchouk, 2009; Audra and Palmer, 2013*), és különösen a 21. században jutott fontos szerephez a geostatistikai és térinformatikai módszerekkel történő modellezés és szimuláció (*Renard, 2007, 2014; Borghi et al., 2012, 2016*). Mindezeknek a modelleknek az alapját terepi mérések, geometriai összefüggések, geológiai, hidrológiai és morfológiai adatok képezték (*Jaquet et al., 2004; Collon-Drouaillet et al., 2012; Fournillon et al., 2012; Pardo-Igúzquiza et al.,*

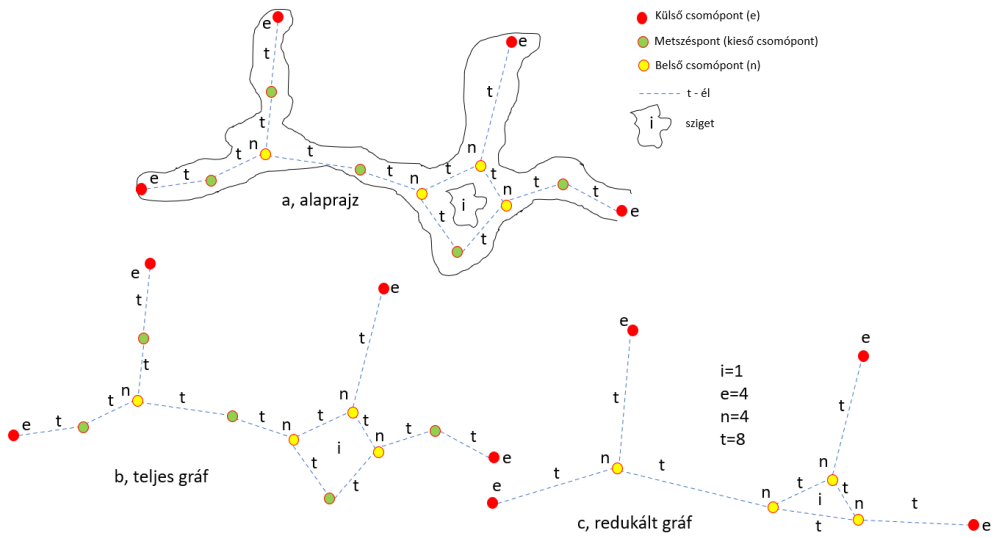
2012; Viseur et al., 2014). A kutatások bizonyították, hogy a 2D/3D modellezéssel lehetőség van olyan szabályos mintázatok meghatározására akár egész barlangrendszerek (Howard, 1971; Frumkin and Fischhendler, 2005; Jeannin et al., 2007; Pardo-Igúzquiza et al., 2011; Albert et al., 2015; Collon et al., 2017), akár barlanghálózatokon belüli hálózatrészek esetében (Palmer, 1991; Audra and Palmer, 2013; Gabrovšek et al., 2014; Harmand et al., 2017), amelyek szignifikánsan különböznek egymástól és szoros összefüggést mutatnak a hidrogeológiai és morfológiai adottságokkal.

Először 1971-ben Howard tett kísérletet arra, hogy a gráfelmélet alkalmazásával és három paraméter megfogalmazásával megadja a karsztos barlangok morfometriai csoportosítását. A későbbi években számos kutató (Frumkin and Fischhendler, 2005; Jeannin et al., 2007; Pardo-Igúzquiza et al., 2011; Fournillon et al., 2012; Albert et al., 2015; Collon et al., 2017) foglalkozott azzal, hogy újabb és újabb paraméterek megfogalmazásával a 3D-s karsztrendszerek minél tökéletesebb leírását adja. Az általuk használt paraméterek egy része általában bármely barlangra alkalmazható, tehát nem csak a karsztos, hanem a nemkarsztos barlangokra is. Felhasználva a korábbi szerzők tapasztalatait és módszereit, kísérletet tettem arra, hogy topológiai és geometriai adatok alapján elvégezzem a hazai nemkarsztos barlangok jellemzését és rendszerezését. Mivel a hazai nemkarsztos barlangok szinte mindegyike csak alaprajzi térképpel, keresztshelvényekkel és hossz-shelvényvel rendelkezik, ezért a barlangok geometriájának és topológiájának leírására bevezetett 2D paraméterek (Howard, 1971; Jouvès j. et al., 2017) alapján végeztem el a vizsgálatokat.

## II. ANYAG ÉS MÓDSZER

A barlangtérképek szerkesztéséhez használt felmérési adatok az álláspontok koordinátái, a szomszédos álláspontok között mért mágneses azimut, magassági szög és távolság, valamint az álláspontoknál mért keresztshelvényeket meghatározó méretek. Topológiai modellezés szempontjából a barlang különböző típusú csomópontokból és az azokat összekötő élekből áll (Howard, 1971; Jouvès j. et al., 2017). A csomópontok lehetnek metszéspontok, külső és belső csomópontok. A metszéspontokban két él találkozik, a belső csomópontokban három vagy annál több, külső csomópont pedig a barlang bejáratánál, illetve az egyes folyosók végpontjain található (1. ábra). Egy barlangjárat irányváltoztatása során nem keletkezik új csomópont, csak abban az esetben, ha az irányváltoztatás helyén egy új járat csatlakozik be. Azokat

a szálkőoszlopokat, amelyeket zárt hurok formájában élek vesznek körül, szigeteknek nevezzük a modellezés során. A felmérési adatokból első lépésben a barlang teljes gráfja szerkeszthető meg, amely tartalmazza a metszéspontokat és a külső és belső csomópontokat, valamint az ezeket összekötő éleket is. Második lépésben redukált gráf állítható elő, amely már csak az éleket és a külső és belső csomópontokat tartalmazza. Topológiai szempontból az élek hosszának és irányultságának nincs jelentősége (Jouives J. et al., 2017), ezért a két gráf azonosnak tekinthető.



**1. ábra** Egy barlang topológiai modellezése az alaprajzból kiindulva a teljes gráfon át a redukált gráfig

A topológiai elemzés alapját jelentő képletekben  $n$  a barlangtérkép alapján definiálható belső csomópontok darabszámát jelöli,  $e$  a külső csomópontok darabszámát,  $i$  a szigeteket,  $t$  pedig az éleket. Ezekkel a paraméterekkel lehetőség van kvantitatív tulajdonságok meghatározására, amennyiben a barlang síkba vetíthető, az egyes szinteken elhelyezkedő járatok között nem, vagy csak nagyon kevés hurkot lehet definiálni és a belső csomópontoknál a kiinduló élek száma csak ritka és kivételes esetben több mint három (Howard, 1971). Mindezek a feltételek teljesülnek a hazai nemkarsztos barlangok vonatkozásában, így a 2D-s topológiai jellemzésük lehetséges a fenti mérőszámokkal.

A gráfelmélet alapján a topológiai paraméterek között az alábbi összefüggések állnak fent (*Berge, 1962; Howard et al., 1970*):

$$i=t-(n+e)+1 \quad (1)$$

$$t=1-i+2n \quad (2)$$

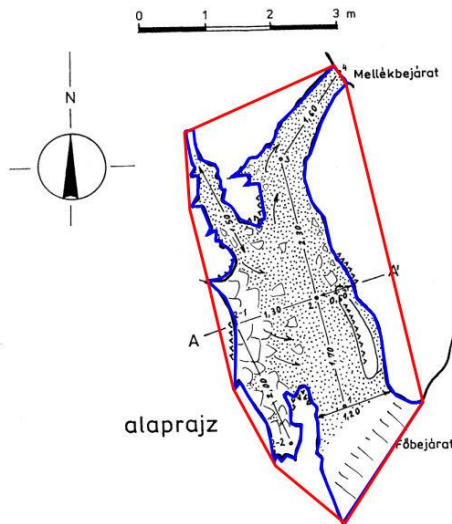
A két egyenletben négy ismeretlen van, ezért bármelyik kettő ismerete maga után vonja a másik két paraméternek számítás útján történő meghatározását. A külső csomópontok és szigetek darabszámának meghatározása nagy pontossággal és kevés hibával lehetséges a barlangtérképek alapján, így az (1), (2) képletek segítségével a belső csomópontok és élek számát számítjuk.

A fenti négy paraméteren kívül még az alábbi mérőszámokat alkalmaztam a nemkarsztos barlangok jellemzéséhez (*Howard, 1971*):

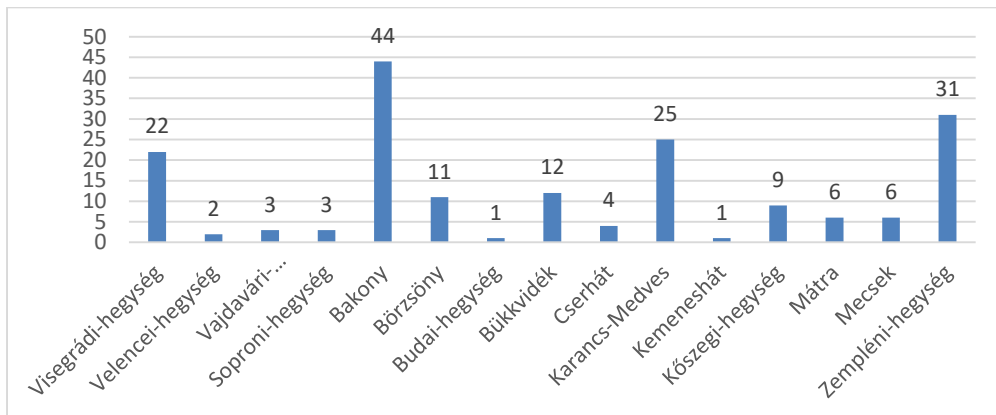
- $\beta=n+e$ , az elágazóság mérőszáma. Értéke annál nagyobb, minél inkább hálózatos elrendezésű a barlang geometriája.
- $Ac/Ap$ , ahol  $Ac$  a barlangjáratok területe,  $Ap$  a barlangot befoglaló legkisebb konvex sokszög területe (2. ábra). Ez a paraméter a barlang kiterjedéséről és összetettségéről árulkodik. Általában igaz, hogy a bonyolult, hálózatos alaprajzú barlangok esetében 1-hez közeli értéket vesz fel, és a geometriai szempontból kevésbé összetett üregek esetében értéke 0.7 vagy az alatti. Önmagában nem alkalmazható, csak a  $\beta$  paraméterrel együtt, mert a hálózatos alaprajzú barlangok mellett az egy járatból álló tektonikus barlangok esetében is 1-hez közeli mérőszámot fogunk kapni.
- $L/Ap$ , ahol  $L$  a barlang hossza. Ez a paraméter a járatsűrűséget jellemzi. Azonos járatsűrűségi mérőszámmal rendelkező barlangokról elmondhatjuk, hogy azonos nagyságú területen azonos hosszúságú járatokkal rendelkeznek. Önmagában nem alkalmazható, csak a  $\beta$  paraméterrel együtt, mert itt is előfordulhat, hogy a két szélső-bonyolultságú esetben, vagyis a hálózatos alaprajzú és az egy járatos tektonikus barlangoknál azonos értékeket kapunk.
- $t/Ap$ , ahol  $t$  a barlangban definiálható élek darabszáma. Ez a paraméter az élsűrűséget jellemzi. Az azonos élsűrűségi mérőszámmal rendelkező barlangok azonos mértékben elágazók és összetettek, vagyis a  $\beta$  paraméter mellett ez a mérőszám adja a legtöbb információt a barlangról.



BOLDOGKÖVÁRALJA, TEKERES-VÖLGY, BÁRÁNY-HEGYOLDAL

**SZÉNÉGETŐ - BARLANG**Felmérte Eszterhás István és Sárközi Szilárd 1994. VII.29-én  
A barlang hossza 7,90 m, magassága 1,20 m**2. ábra Az Ap (piros) és az Ac (kék) paraméterek származtatása**

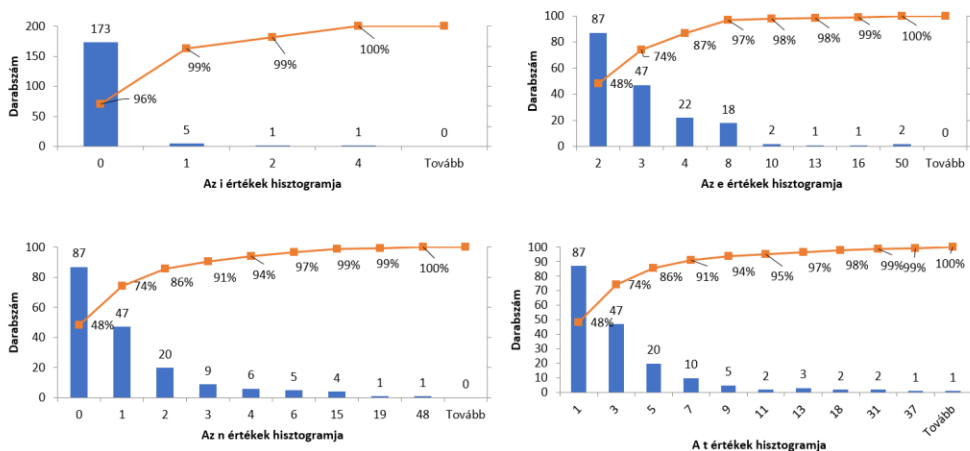
A vizsgálatokhoz a nemkarsztos barlangok adatait az *Országos Barlangnyilvántartásból* ([www.termeszetvedelem.hu](http://www.termeszetvedelem.hu)) és a *Magyar Karszt- és Barlangkutató Társulat Vulkánszpeleológiai Kollektívájának* a hazai nemkarsztos barlangokról vezetett, 2019-es állapotot tükröző nyilvántartásából vettem ([nonkarstic.geo.info.hu](http://nonkarstic.geo.info.hu)). Ez utóbbi nyilvántartás összesen 1299 barlang, illetve barlangnak tartott mesterséges üreg adatát tartalmazza. Amennyiben ebből a számból kivonjuk a részben vagy teljesen mesterséges üregeket, a nem azonosítható, irodalmi vagy mondabeli említés alapján nyilvántartott üregeket, továbbá a beomlott, betömött, bányá által elpusztított üregeket, a barlangtorzókat és a nyilvántartásban szereplő, de államhatáron kívül eső barlangokat, akkor 871 barlang marad. A fennmaradó barlangok jelentős hányada 2-3 méter hosszúságú, egyetlen sokszögoldallal leírható, így topológiai elemzésre nem alkalmas. Magyarország tájegységeiről összesen 180 darab (a nyilvántartott barlangok 21%-a), méretét és geometriáját tekintve jelentősnek számító nemkarsztos barlangot választottam ki a vizsgálat céljára, összesen 3203 méter összhosszúságban. A 180 barlangból 52-öt (29%) csak a *Vulkánszpeleológiai Kollektíva* nyilvántartása tartalmazott, 128 darabot (71%) pedig mind a két nyilvántartás. A barlangok tájegységekénti megoszlását a 3. ábra mutatja.



3. ábra A vizsgálathoz felhasznált nemkarstos barlangok tájegységenkénti eloszlása

### III. ELEMZÉSEK ÉS KÖVETKEZTETÉSEK

A vizsgálatokhoz szükséges adatbázisban a barlangokról az alábbi adatok kerültek tárolásra: név, kataszteri sorszám, tájegység, település, hossz, vertikális kiterjedés,  $i, e, n, t, \beta, Ac$  és  $Ap$  paraméterek, valamint az ezekből származtatható mennyiségek ( $L/Ap, t/Ap, Ac/Ap$ ). A 4. ábra tartalmazza a négy topológiai alapparaméter ( $i, e, n, t$ ) hisztogram elemzésének eredményét.



4. ábra Az  $i, e, n$  és  $t$  paraméterek hisztogram elemzése

A 4. ábra alapján elmondhatjuk, hogy a hazai nemkarstos barlangjaink esetében a szigetek, vagyis a kőoszlopok meglehetősen egyáltalán nem jellemző. A barlangok 96%-nál (173 darab) egyáltalán nem fordul elő sziget, 3%-nál

(5db) egy sziget található, és mindösszesen 1-1 darab a kettő illetve négy szigettel rendelkező barlangok száma. Egy szigetes barlangra példa a Pók-lyuk (5240-17, Medves-Karancs), két szigetes barlangra a Budaligeti-barlang (4773-9, Budai-hegység), négy szigetes barlangra pedig a Pulai-bazaltbarlang (4430-11, Bakony).

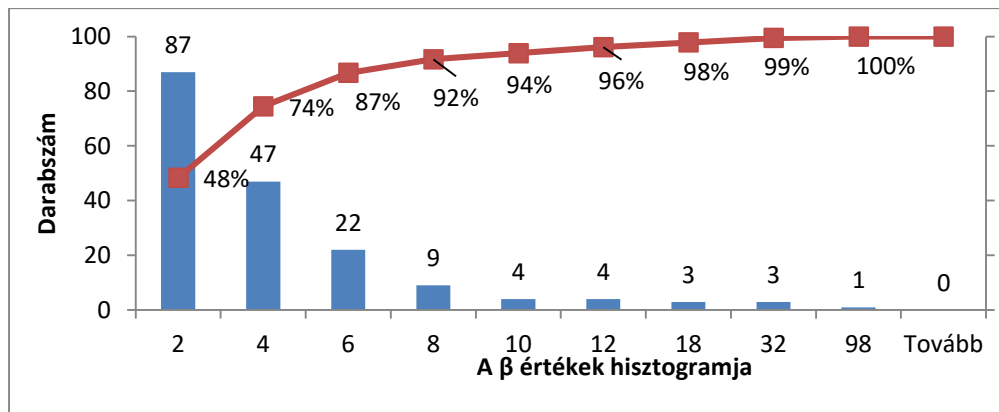
A vizsgált barlangok 48%-ra (87 darab) volt jellemző, hogy mindösszesen két külső csomóponttal rendelkeztek, vagyis a barlang topológiai szempontból egyetlen éllel és két csomóponttal leírható volt. A barlangok 26%-ra volt jellemző a 3 külső csomópont megléte, amely egyben belső csomópontot is feltételez, vagyis a barlang topológiai szempontból leginkább Y-alakkal volt jellemezhető. A bonyolultabb, összetettebb járatokkal rendelkező barlangokra a külső csomópontok magasabb száma is utal, ez mindösszesen a vizsgált barlangok 26%-ra volt jellemző (46 darab). Sok külső csomóponttal jellemezhető, összetettebb nemkarsztos barlangra mintapéldák a Csörgő-lyuk (5230-1, Mátra) és a Szilváskői-barlang (5240-5, Karancs-Medves).

Összhangban az előző mérőszámmal a vizsgált barlangok 48%-a (87 darab) nem rendelkezik belső csomóponttal. Egyetlen belső csomóponttal a barlangok 26%-a bír (47 darab), 12% (20 darab) kettő csomóponttal, és az ennél is több belső csomóponttal rendelkező, vagyis összetett nemkarsztos üregek a mintavételnek mindösszesen 14%-át teszik ki (26 darab). Sok belső csomóponttal rendelkező jelentős hazai nemkarsztos barlangunk a Bölcső-hegyi-barlang (4900-35, Visegrádi-hegység).

Az élek száma szintén a barlang összetettségével van kapcsolatban, és a 4. ábra jobb alsó hisztogramja is az eddig elmondottakat támasztja alá. A barlangok 48%-a egyetlen éllel írható le (87 darab), 26% (47 darab) három éllel, és az ennél több éllel definiálható barlangok csak a mintavétel 26%-át adják (46 darab). Sok éllel leírható, bonyolult nemkarsztos barlangra példa a Betyár-barlang (5223-4, Cserhát) és a Rózsa Sándor-barlang (5500-87, Zempléni-hegység).

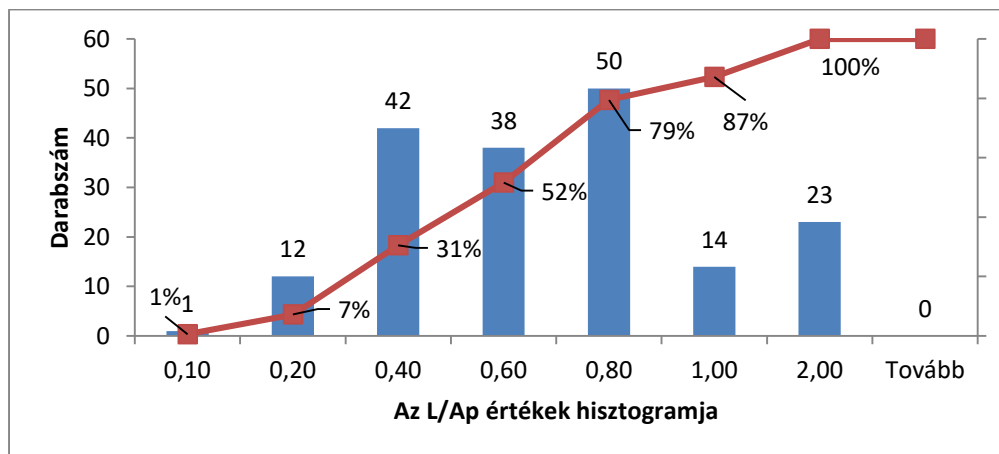
A  $\beta$  paraméter a belső és külső csomópontok darabszámának összegével egyezik meg, vagyis az elágazóság, a hálózatoság mérőszáma (5. ábra). Az 5. ábra és a 4. ábrán a külső és belső csomópontok, illetve az élek darabszámára vonatkozó hisztogramok ugyanolyan képet mutatnak és a jelentésük is egyező. A későbbiekben végzendő barlang-topológiai vizsgálatok során nem szükséges az  $i$ ,  $e$ ,  $n$  és  $t$  paraméterek hisztogram elemzése, hanem elegendő csak a  $\beta$  paramétert elemezni. A mintavételezett nemkarsztos barlangok közül mindösszesen 26% (47 darab) jellemezhető hálózatosnak, sok elágazással rendelkezőnek. A sok

elágazással rendelkező nemkarsztos barlang mintapéldája a Disznós-árki-barlang (4900-33, Visegrádi-hegység).



5. ábra Az elágazóságot jellemző  $\beta$  értékek alakulása a mintavételezett barlangoknál

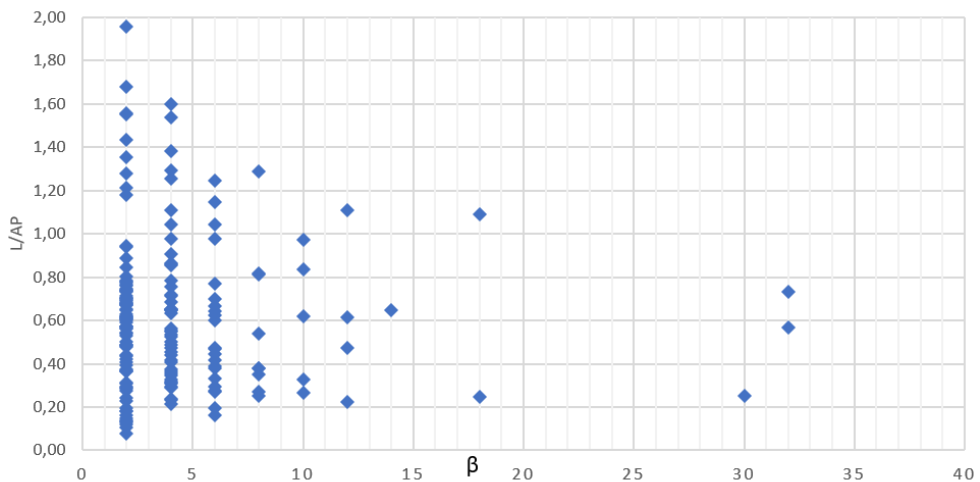
A járatsűrűséget az  $L/Ap$  értékkel jellemezhetjük (6. ábra). Összesen 93 barlang (52%) rendelkezik 0.10 és 0.60 közötti értékkel, ami arra utal, hogy a barlang által elfoglalt területhez képest rövid a járathossz.



6. ábra A járatsűrűség alakulását bemutató histogram

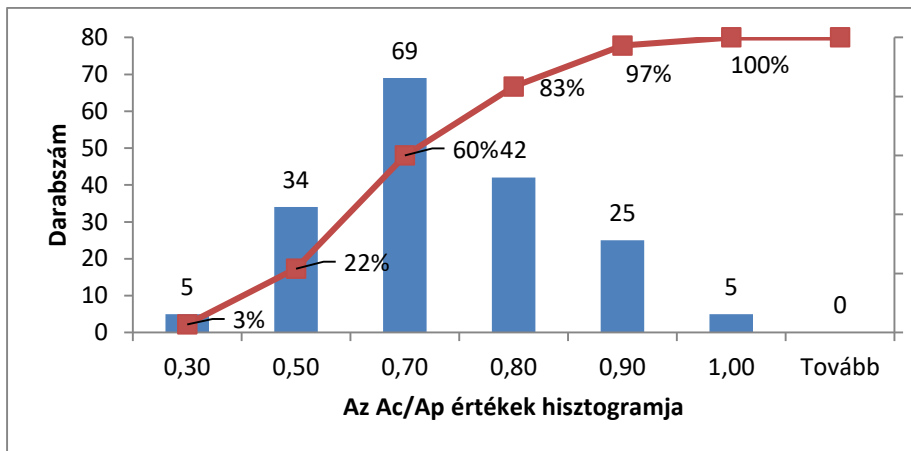
Ez általában a kimállásos orgonaközök, a gyapjúzsákbarlangok és a kevés elágazóval rendelkező tektonikus vagy atektonikus barlangok jellemzője. Mintapéldája lehet ennek a csoportnak a 0.35-ös  $L/Ap$  mérőszámmal rendelkező Pokol-lik (4430-13, Bakony), amely peremmel párhuzamos törés mentén tektonikusan képződött tömegmozgásos barlang.

A barlangok 48%-a, vagyis 87 darab rendelkezik ettől nagyobb mérőszámmal. Téves lenne azonban azt a következtetést levonni, hogy a barlangok 48%-a ezáltal összetett üreg. Nagy mérőszámot kapunk abban az esetben is, amennyiben hálózatos alaprajzú egy barlang, de abban az esetben is, amennyiben egy kőfülkéről vagy kőodúrról beszélünk. Az  $L/Ap$  mérőszámból való helyes következtetés levonásához szükséges egyben a  $\beta$  mérőszám vizsgálata is. Mintapélda lehet ennek az esetnek szemléltetésére a Jakab-hegyi Forrás-kőfülke (4420-175, Mecsek), amely konglomerátum homokkő és agyagos homokkő határán képződött a víz munkájának eredményeképpen; és a tektonikus eredetű Súlyom-kő-bérci Hasadék-barlang (5500-98, Zempléni-hegység). Az első és második barlang esetében az  $L/Ap$  mérőszámok 1.35 és 1.29, a  $\beta$  értékek pedig 2 és 8. A 7. ábra mutatja az összetartozó  $L/Ap$  és  $\beta$  értékpárokat (a kiugróan magas  $\beta$  értékek elhagyásával). Az ábra alapján látszódik, hogy a legtöbb barlang esetében a  $\beta$  érték 6 vagy az alatti és hozzá tartozóan az  $L/Ap$  érték 0.8 alatti. Mindez azt jelenti, hogy a legtöbb hazai nemkarsztos barlang járatsűrűsége és ehhez tartozóan a hálózatosága/elágazósága is csekély.



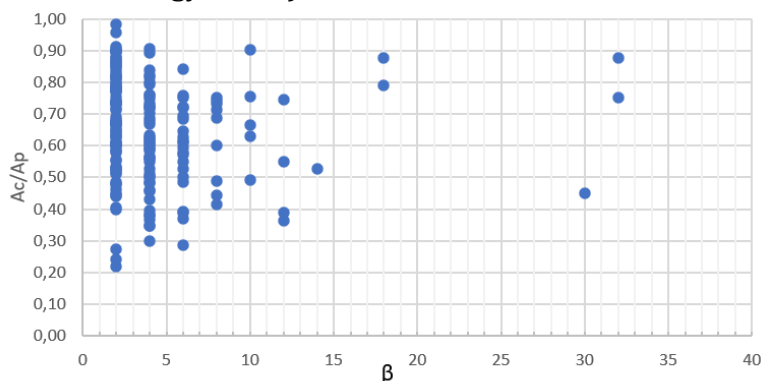
7. ábra A  $\beta$  és  $L/Ap$  értékek együttes változása

A kiterjedést és az összetettséget jellemzi az  $Ac/Ap$  paraméter, amelyet nevezhetünk a barlang nettó és bruttó területi arányának is (8. ábra).



8. ábra Az összetettséget és területi kiterjedést bemutató hisztogram

A vizsgált barlangok közül 108 darab esetében (60%) ez az érték 0.70 vagy az alatti, és csak a fennmaradó 72 barlang (40%) esetében nagyobb ennél az értéknél. Harminc barlang esetében lesz (17%) csak nagyobb ez az érték, mint 0.90. Ennél a paraméternél is szükséges a  $\beta$  érték figyelembevétele, mert egyaránt nagy mérőszámot kapunk  $Ac/Ap$  értékre egy kőfülke és egy bonyolult tektonikus vagy atektonikus barlang esetében is. Mintapélda lehet erre az esetre a lúgos oldással keletkezett Kis-barlang (5500-3, Zempléni-hegység) és az atektonikus, egyben leghosszabb hazai nemkarsztos barlang, a Csörgő-lyuk (5230-1, Mátra). A két barlang esetében az  $Ac/Ap$  értékek 0.75 és 0.73, míg a  $\beta$  értékek 8 és 98. Az  $Ac/Ap$  és  $\beta$  értékek együttes változását mutatja a 9. ábra (a kiugróan magas  $\beta$  értékek elhagyásával).

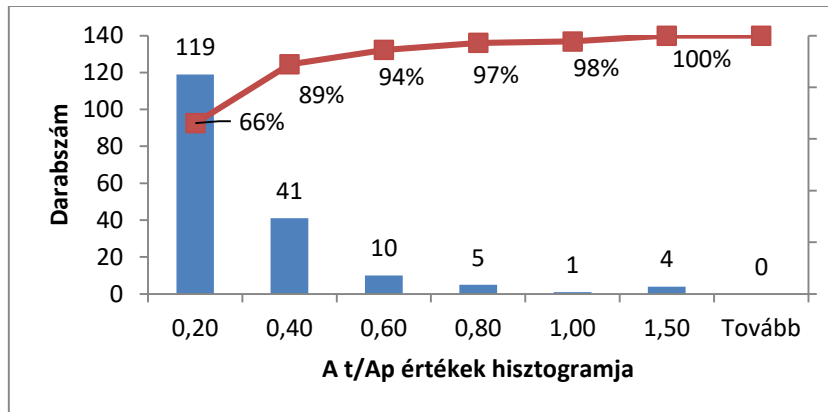


9. ábra A területi kiterjedés és összetettség összefüggése

Az ábra alapján láthatjuk, hogy a barlangok döntő többsége az  $Ac/Ap$  hányados esetében 0.4 és 0.8 között változik, és a hozzájuk tartozó  $\beta$  érték pedig 6 vagy az alatti. Mindez azt mutatja, amit már az előző mérőszámok

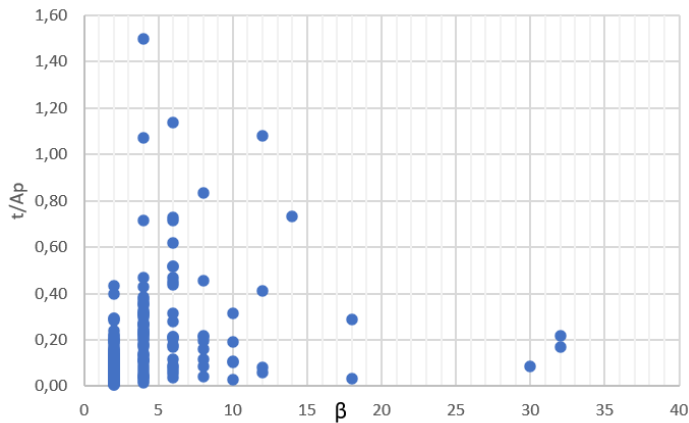
vizsgálatával is megállapítottunk, vagyis a hazai nemkarsztos barlangok között csak kevés olyan van, amely területi kiterjedését és összetettségét tekintve is egyaránt jelentős.

A  $\beta$  paraméteren kívül a  $t/A_p$  hányados szolgáltatja a legtöbb információt a barlangról (10. ábra). Az élsűrűség mérőszáma, ami lehetővé teszi a barlangok összehasonlítását, hiszen az azonos élsűrűségű, azonos összetettségű barlangok esetében azonos mérőszámot fogunk kapni. A hosszúság és mélység, vertikális kiterjedés és a  $\beta$  mérőszámmal együtt szemlélve a barlang bejárás nehézségi fokáról is tájékoztatást nyújt.



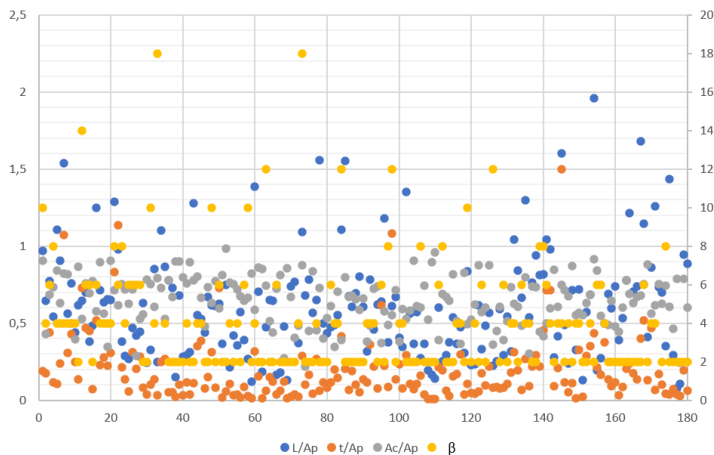
10. ábra Az élsűrűséget és összetettséget bemutató hisztogram

Az ábra adatait szemlélve elmondhatjuk, hogy a vizsgálatnál felhasznált barlangok 89%-a (160 darab) csekély élsűrűséggel rendelkezik, így nem összetett és nem hálózatos. Mindösszesen 20 barlang (11%) az, ahol a  $t/A_p$  érték magas. A 11. ábra (a kiugróan magas  $\beta$  értékek elhagyásával) a  $\beta$  és  $t/A_p$  adatok együttes változását mutatja, és megerősíti a 10. ábra tartalmát. A nemkarsztos barlangok döntő többségénél az élsűrűség mérőszáma 0.5 vagy az alatti, és a hozzá tartozó  $\beta$  értékek 6-nál kisebbek. A jelentéstartalma ennek az összefüggésnek, hogy a nemkarsztos barlangok többsége nem összetett és bejárása nem igényel különleges technikai tudást. A többi barlang esetében a  $\beta$  mérőszáma 6-nál nagyobb és akár egészen magas számértéket is elérhet és hozzá tartozóan az élsűrűség hányadosa is elérheti az 1-nél nagyobb értéket is. A 10. ábrával összhangban tehát kijelenthetjük, hogy a hazai nemkarsztos barlangok bő 10%-a az, amely kifejezetten hálózatos alaprajzú, összetett szerkezetű és bejárásuk komolyabb felkészültséget, technikai tudást igényel.



11. ábra Az élsűrűség és az összetettség összefüggése

A négy topológiai paramétert ( $t/Ap$ ,  $L/Ap$ ,  $Ac/Ap$  és  $\beta$ ) együttesen mutatja be a 12. ábra (a kiugróan magas  $\beta$  értékek elhagyásával). Az elágazóságot jellemző  $\beta$  paraméter értéke túlnyomó többségben 2 vagy 4, tehát alacsony. Az élsűrűséget ( $t/Ap$ ), ezzel együtt az összetettséget jellemző értékek a leggyakrabban 0.4-nél kisebbek. A járatsűrűség ( $L/Ap$ ) és területi kiterjedés ( $Ac/Ap$ ) mérőszámai nagyon hasonlóak, értékük 0.5 és 0.8 között szóródik a legtöbb esetben. Ezek a paraméterek azt mutatják, hogy a hazai nemkarsztos barlangok kevés kivételtől eltekintve topológiai és geometriai értelemben is egyszerűek.



12. ábra Az elágazóság, a területi kiterjedés, a járatsűrűség és élsűrűség összefüggései

A topológiai és geometriai paraméterek vizsgálata lehetővé teszi a geológiai, morfológiai és kartográfiai adatok ismeretében a barlangképző erőre való következtetést is. Az elemzések végeztével egy táblázatban



összefoglaltam a leggyakoribb hazai nemkarsztos barlangi genotípusok topológiai paramétereit (1. táblázat).

1. táblázat A leggyakoribb hazai nemkarsztos barlangi genotípusok topológiai paramétereit

Név	Kataszteri sorszám	i	e	n	t	$\beta$	L/Ap	t/Ap	Ac/Ap	Genotípus
Vidróczki-barlang	5230-10	0	2	0	1	2	0.35	0.09	0.73	gázhólyagüreg
Nógrádszakáli 1. sz. fatörzsbarlang	5240-23	0	2	0	1	2	0.65	0.15	0.52	falenyomatüreg
Arany-barlang	VK-nyilv.	0	2	0	1	2	0.16	0.00	0.38	kristálykamra
Szarkádi-üreg	4463-14	0	2	0	1	2	0.08	0.04	0.79	lúgos oldódású üreg
Kámori-rókalyuk-barlang	5210-40	0	2	0	1	2	1.28	0.11	0.79	fumarolabarlang
Gödrösi-explóziós-üreg	4463-5	0	2	0	1	2	0.71	0.11	0.87	gőzrobbanásos üreg
Lépcső-menti-orgonaköz	4450-9	0	3	1	3	4	0.20	0.30	0.42	kimállásos orgonaköz
Zsivány-barlang	4510-2	0	4	2	5	6	0.60	0.21	0.39	gyapjúzsákbarlang
Ülés-pataki-kőkapu	VK-nyilv.	0	2	0	1	2	0.47	0.15	0.71	kőkapu, kőhíd
Tátikai-kőlik	4430-23	0	2	0	1	2	1.43	0.04	0.61	tektonikus hasadékbarlang
Csörgő-lyuk	5230-1	0	50	48	97	98	1.10	0.25	0.73	atektonikus barlang
Vízesési-üreg	VK-nyilv.	0	2	0	1	2	0.76	0.22	0.74	eróziós fülke
Szilvás-kői-barlang	5240-5	1	9	9	18	18	1.09	0.29	0.88	konzekvenciabarlang

#### IV. ÖSSZEFOGLALÁS

A barlangok kvantitatív adatokkal történő jellemzése geometriai és topológiai modellezést jelent, amely lehetőséget ad a múltbeli, jelenkori és jövőbeni folyamatok megértésére és magyarázatára. A geometriai/topológiai modellezés alapja a barlangról készített térkép, amely lehetővé teszi síkbeli és térbeli tulajdonságok, hasonlóságok és eltérések keresését és megfogalmazását, és ezzel együtt a barlangok csoportosítását. A felismert tulajdonságok szoros összefüggésben vannak

a barlangok kialakulásával és morfológiájával, és a morfometrikus tulajdonságok általánosíthatók. Az elmúlt száz évben számos tanulmány jelent meg a karsztos barlangok geometriai és topológiai jellemzésével kapcsolatban. Dolgozatomban a karsztos barlangokra megfogalmazott modellezési, geometriai és topológiai paramétereket alkalmaztam a hazai nemkarsztos barlangokra azzal a céllal, hogy bemutassam egy elsősorban geometriai, morfológiai tulajdonságokra épülő, matematikailag leírható új jellemzési rendszerüket. Magyarország tájegységeiről összesen 180 darab (a nyilvántartott barlangok 21%-a), méretét és geometriáját tekintve jelentősnek számító nemkarsztos barlangot választottam ki a vizsgálat céljára, összesen 3203 méter összhosszúságban. Összesen nyolc topológiai paramétert vontam be a vizsgálatba: belső és külső csomópontok, szigetek és élek száma, elágazóság, területi kiterjedés, járat- és élsűrűség. A vizsgálatok igazolták, hogy a csomópontok, szigetek és élek darabszámára szükség van a további számításokhoz, de jelentéstartalmuk megegyezik az elágazóság paraméterének jelentéstartalmával, így elegendő ez utóbbit felhasználni a barlangok topológiai elemzéséhez. A járat- és élsűrűség mérőszámai csak az elágazóság mérőszámával együtt használhatók hasonlóan a területi kiterjedés mérőszámához, mert az egyes nemkarsztos barlangi genotípusok geometriai és topológiai tulajdonságai között a különbözőségeik ellenére sok hasonlóság is van.

Ez utóbbi négy topológiai paramétert együtt vizsgálva elmondhatjuk, hogy a hazai nemkarsztos barlangok többsége nem összetett és bejárása nem igényel különleges felkészültséget. A hazai nemkarsztos barlangok bő 10%-a az, amely kifejezetten hálózatos alaprajzú, összetett szerkezetű és bejárásuk komolyabb felkészültséget, technikai tudást igényel. A topológiai és geometriai paraméterek vizsgálata lehetővé teszi a geológiai, morfológiai és kartográfiai adatok ismeretében a barlangképző erőre való következtetést, és a leggyakoribb hazai nemkarsztos barlangi genotípusokra a tanulmány végén adott mérőszámok segíthetik ebben az eligazodást.

## SZAKIRODALOM

- Albert G., Virag M., Eross A., (2015): Karst porosity estimations from archive cave surveys - studies in the Buda Thermal Karst System (Hungary). *Int. J. Speleol.* 44 (2):151–165. <https://doi.org/10.5038/1827-806X.44.2.5>.
- Audra P., Palmer A.N., (2013): The vertical dimension of karst: controls of vertical cave pattern. In: Shroder, J.E.I.C., Frumkin, A.E. (Eds.), *Treatise on Geomorphology*. Academic Press, Karst Geomorphology, pp. 186–206
- Berge C. (1962): *Theory of Graphs and its Applications*, John Wiley, New York, p. 247
- Borghi A., Renard P., Jenni S., (2012): A pseudo-genetic stochastic model to generate karstic networks. *J. Hydrol.* 414:516–529. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2011.11.032>
- Borghi A., Renard P., Cornaton F., (2016). Can one identify karst conduit networks geometry and properties from hydraulic and tracer test data? *Adv. Water Resour.* 90: 99–115. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2016.02.009>.
- Collon P., Bernasconi D., Vuilleumier C., Renard P., (2017): Statistical metrics for the characterization of karst network geometry and topology. *Geomorphology* 283:122–142. <https://doi.org/10.1016/j.geomorph.2017.01.034>
- Collon-Drouaillet P., Henrion V., Pellerin J., (2012): An algorithm for 3D simulation of branchwork karst networks using Horton parameters and A\* Application to a synthetic case. *Geol. Soc. Lond., Spec. Publ.* 370 (1):295–306. <https://doi.org/10.1144/SP370.3>
- Ford D.C., Williams P.W., (1989). *Karst Geomorphology and Hydrology*, London
- Fournillon A., Abelard S., Viseur S., Arfib B., Borgomano J., (2012): Characterization of karstic networks by automatic extraction of geometrical and topological parameters: comparison between observations and stochastic simulations. *Geol. Soc. Spec. Publ.* 370:247–264. <https://doi.org/10.1144/SP370.8>.
- Frumkin A., Fischhendler I., (2005): Morphometry and distribution of isolated caves as a guide for phreatic and confined paleohydrological conditions. *Geomorphology* 67 (3–4):457–471. <https://doi.org/10.1016/j.geomorph.2004.11.009>.
- Gabrovšek F., Häuselmann P., Audra P., (2014): ‘Looping caves’ versus ‘water table caves’: the role of base-level changes and recharge variations in cave development. *Geomorphology* 204:683–691. <https://doi.org/10.1016/j.geomorph.2013.09.016>

- Harmand D., Adamson K., Rixhon G., Jaillet S., Losson B., Devos A., Hez G., Calvet M., Audra P., (2017): Relationships between fluvial evolution and karstification related to climatic, tectonic and eustatic forcing in temperate regions. *Quat. Sci. Rev.* <https://doi.org/10.1016/j.quascirev.2017.02.016>.
- Howard A.D., Keetch M.E., Vincent C.L. (1970): Topological and geometrical properties of braided streams. *Water Resources Research* 6. 1674 – 1688.
- Howard A.D., (1971): Quantitative measures of cave patterns. *Caves and karst. Research in speleology* 13 (1), 1–7
- Jaquet O., Siegel P., Klubertanz G., Benabderrhamane H., (2004): Stochastic discrete model of karstic networks. *Adv. Water Resour.* 27 (7):751–760. <https://doi.org/10.1016/j.advwaters.2004.03.007>.
- Jeannin P.Y., Grove, C., Häuselmann P., (2007): Speleological investigations. In: Goldscheider, N., Drew, D. (Eds.), *Methods in Karst Hydrogeology*. Taylor & Francis, London, pp. 25–44
- Jouves J. et al., (2017): Speleogenesis, geometry and topology of caves: A quantitative study of 3D karst conduits, *Geomorphology* 298 (2017), DOI: 10.1016/j.geomorph.2017.09.019, pp. 86–106
- Klimchouk A., (2009): Morphogenesis of hypogenic caves. *Geomorphology* 106 (1–2): 100–117. <https://doi.org/10.1016/j.geomorph.2008.09.013>
- Martel E.A., (1921). *Nouveau traité des eaux souterraines*. Doin, Paris.
- Palmer A.N., (1991): Origin and morphology of limestone caves. *Geol. Soc. Am. Bull.* 103 (1):1–21. [https://doi.org/10.1130/0016-7606\(1991\)103b0001:OamolcN2.3.Co;2](https://doi.org/10.1130/0016-7606(1991)103b0001:OamolcN2.3.Co;2).
- Pardo-Igúzquiza E., Duran-Valsero J.J., Rodriguez-Galiano V., (2011): Morphometric analysis of three-dimensional networks of karst conduits. *Geomorphology* 132 (1–2): 17–28. <https://doi.org/10.1016/j.geomorph.2011.04.030>
- Pardo-Igúzquiza E., Dowd P.A., Xu C., Durán-Valsero J.J., (2012): Stochastic simulation of karst conduit networks. *Adv. Water Resour.* 35:141–150. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2011.09.014>.
- Renard P., (2007). Stochastic hydrogeology: what professionals really need? *Ground Water* 45 (5):531–541. <https://doi.org/10.1111/j.1745-6584.2007.00340.x>
- Renard P., (2014): How to Quantify the Quality of Karst Network Models? *American Geophysical Union, Fall Meeting*, p. 06
- Renault P., (1970). La formation des cavernes. coll. “Que sais-je ?”, 1400. Armand Colin, Paris
- Viseur S., Jouves J., Fournillon A., Arfib B., (2014): 3D stochastic simulation of caves: application to St-Sebastien case study (SE, France). *Karstologia* 64, 17–2

# FOTOGRAMMETRIA SPECIÁLIS ALKALMAZÁSI TERÜLETEI

Dr. habil. Jancsó Tamás, egy. docens

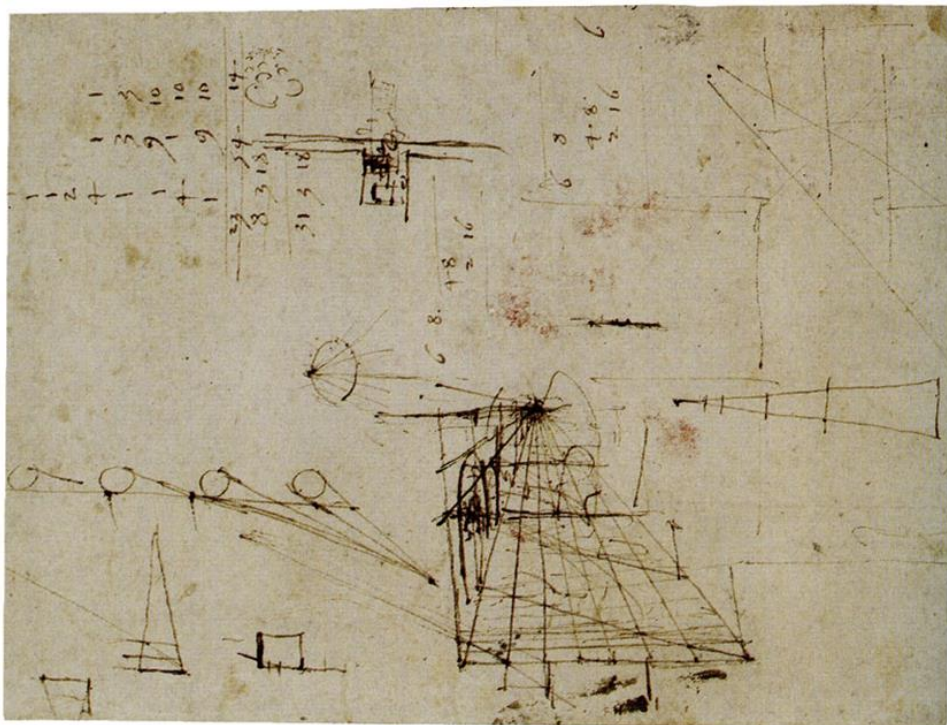
Óbudai Egyetem, Alba Regia Műszaki Kar (OE-AMK, Székesfehérvár)  
jancso.tamas@amk.uni-obuda.hu

*Abstract*—A fotogrammetria egy érdekes, de kevésbé ismert tudományterület, mely egyidős a modern fotográfiával. Az elméleti alapjait már jóval a fényképezés felfedezése előtt, a reneszánsz idején, több festő és polihisztor megalkotta. Valóban, a kérdés az, hogyan mérjük fel a körülöttünk lévő teret fényképek alapján? Erre a kérdésre több, mint 100 évvel ezelőtt megszülettek az első válaszok. Azóta olyan hatalmas utat járt be ez a diszciplína, hogy az életnek szinte nincs olyan területe, ahol ne lehetne alkalmazni. Ez egy igazi, jó értelemben vett gyakorlati tudomány, az alkalmazásoknak csak a képzelet szab határt. Ma már az régészettől kezdve a gyógyászaton át az úrbéli objektumok felméréséig mindenhol használják, és a végső cél világlunk teljes digitalizálása 3D-ben.

## I. KEZDETEK

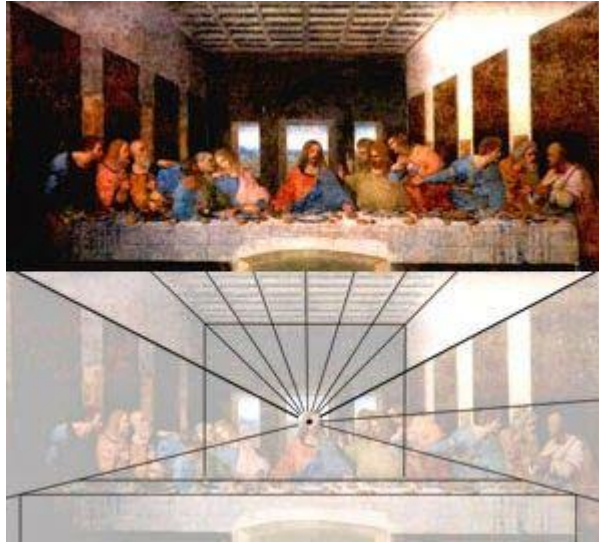
A fotogrammetria egyidős a modern fotográfiával. Az elméleti alapjait, a perspektíva törvényeit már jóval a fényképezés felfedezése előtt, a reneszánsz idején, több festő és polihisztor megalkotta (1. ábra). Leonardo da Vinci 1480-ban így ír erről:

*“A perspektíva nem más, mint ahogy egy tárgyat látunk egy sima, de eléggé átlátszó üveglemez mögött, aminek a felszínén minden dolgot megjelölhetünk, ami az üveglemez mögött van. Minden dolog a saját képét gúla formájú vonalak által a szemünkbe vetíti, és ezeket a gúlákat metszi el az említett üveg. Ahogy ezek a metsződések minél közelebb vannak a szemünkhöz, annál kisebbek lesznek a megjelenő képek.”*



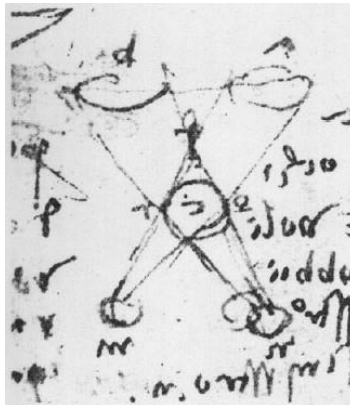
1. ábra. Leonardo da Vinci optikai vázlatai és számításai (forrás: <https://www.pubhist.com/w21905>)

A festőművészek tehát tisztában voltak a perspektívás fogalmával és ezt nagyszerűen tudták is alkalmazni. A 2. ábrán ékes bizonyítékát látjuk ennek Leonardo da Vinci híres festményén. Ezzel összefüggésben fontos továbblépést jelentett, amikor a sztereólátás mikéntjét próbálták megérteni mind fiziológiai, mind optikai szempontból.



2. ábra. Leonardo da Vinci: Utolsó vacsora (forrás: <https://www.bloglovin.com/blogs/calvert-canvas-adventures-in-middle-school-4661845/one-point-perspective-collages-2853230187>)

Szintén Leonardo da Vinci-nél maradva, egyik ránc maradt rajzán próbálta megérteni a sztereólátás, azaz a binokuláris szemlélés mikéntjét (3. ábra) és vélhetően ezt a tudást szerette volna felhasználni egyéb területeken is.

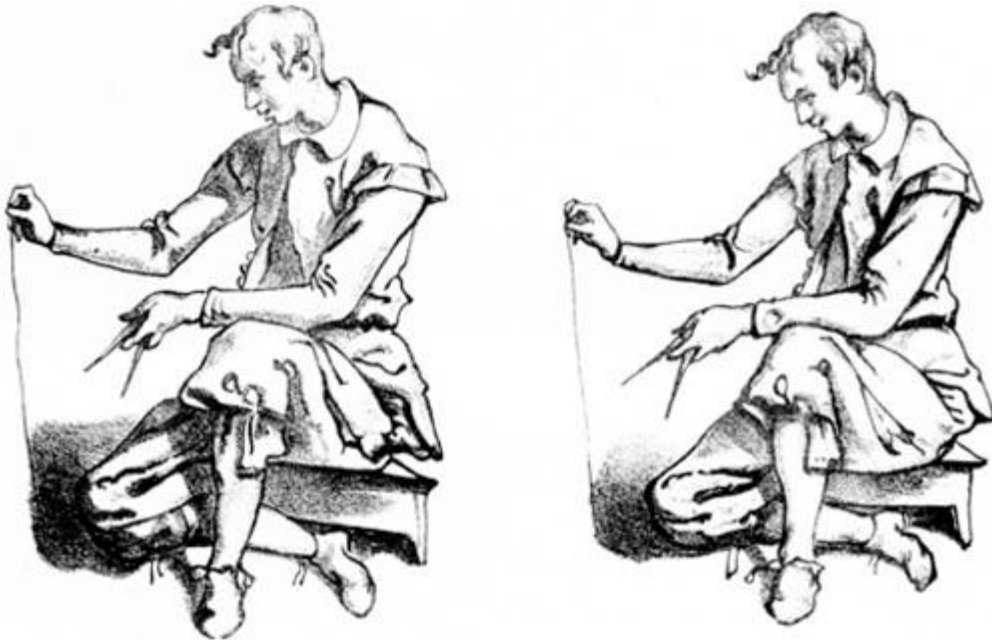


3. ábra. A binokuláris látás lényege (forrás: Peter Hohenstatt: Leonardo da Vinci, 1452 - 1519, Könemann Verlag, 1998)

## II. SZTEREÓLÁTÁS LÉNYEGE

Az emberi szempár két különböző nézőpontból látja a világot. Az agyunk - kihasználva a parallaxis jelenségét - a két képet egyesíti egy térbeli látvánnyá. A térlátásunknak van határa, ez kb. 800 m, azon túl mindent egy síkban látunk, mert számunkra megszűnik a parallaxis.

Ahhoz, hogy a parallaxis lényegét megértsük, a 4. és 5. ábrán vizsgáljuk meg Jacopo Chimenti da Empoli 1600-ból származó festményét. A festmény egy kissé kényelmetlen testhelyzetben ülő férfit két különböző nézőpontból mutat.



4. ábra. Jacopo Chimenti da Empoli 1600-ból származó festménye

Ha megpróbáljuk a két képet egymásra illeszteni piros és kék árnyalatban, akkor észrevesszük a különbségeket a két kép között (5. ábra). Ezeket a különbségeket, pontosabban az azonos részletek közötti távolságokat nevezzük parallaxisnak. Megkülönböztetünk vízszintes irányú és erre merőleges, azaz haránt irányú parallaxist. Az 5. ábrán láthatjuk, hogy egyes részek között (pl. a lábfejeknél) függőleges irányban is vannak eltérések, távolságok. A haránt irányú parallaxist a látás folyamata során az emberi agy nem képes összefüggő képként feldolgozni



és ilyenkor a kettős látás jelensége lép fel. A vízszintes irányú parallaxist ezzel szemben az agy látóközpontja értelmezni próbálja és igyekszik a két nézőpontból látott képeket egymásra illeszteni, ezzel létrehozva a térhatás élményét. Belátható tehát, hogy Jacopo Chimenti da Empoli megérezte valamit a sztereólátás lényegéből, de pontosan nem ismerhette a térlátás létrejöttének mechanizmusát, mert a képeken haránt irányban is vannak eltérések, melyek rendkívül zavaróak tudnak lenni, ha sztereószemüveggel nézzük az 5. ábrán látható *anaglif képpárt*.



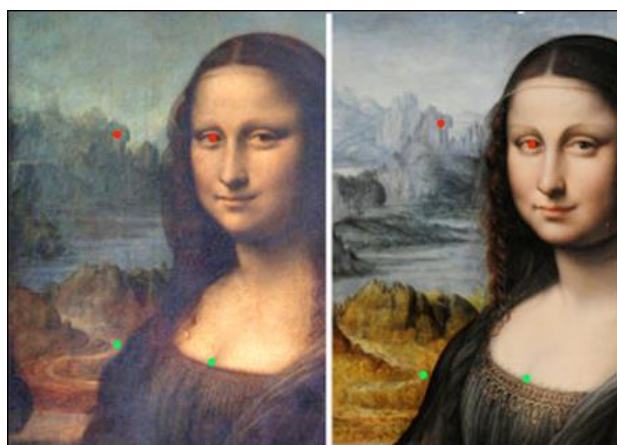
**5. ábra. Anaglif képpár**

Nézzünk egy másik példát, ami megmutatja, hogy tényleg csak a vízszintes irányú eltérések eredményeznek mélységérzetet. A függőleges irányú eltérések viszont megakadályozzák a térbeli modell létrehozását az agyunkban. A 6. és 7. ábrán a Mona Lisa festményt látjuk két különböző változatban. A jobb oldali festmény Leonardo da Vinci műhelyéből származik és Leonardo egyik tanítványa festhette.



6. ábra. Mona Lisa (bal oldalt Leonardo da Vinci festménye, jobb oldalon ennek egy változata)

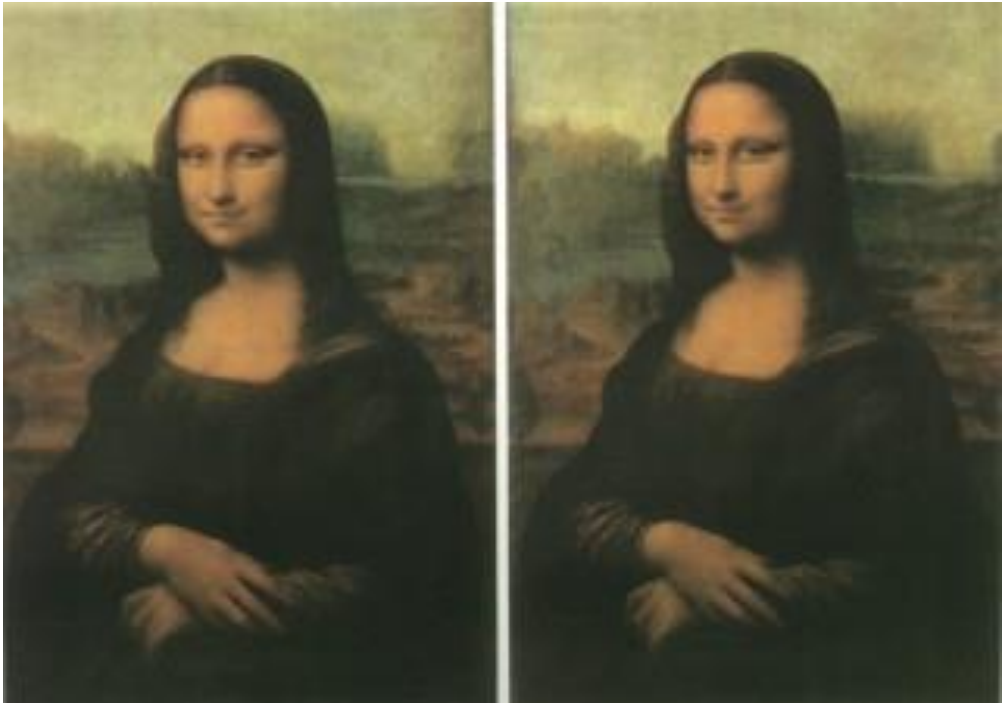
Felmerül a kérdés, hogy vajon ezek a festmények egy sztereóképpárt alkotnak-e. Ha megvizsgálunk a képeken pár összetartozó pontpárt (7. ábra), észrevehetjük, hogy vízszintes értelemben azok nincsenek egy vonalban, vagyis egyértelműen kijelenthetjük, hogy nem alkalmasak a térhatású modell megteremtésére.



7. ábra. Pár összetartozó pont a festményeken

Makoto Sugiyamát, egy japán számítógépes művészt nem hagyott nyugodni a dolog és számítógép segítségével megalkotta a Mona Lisa

sztereóképpárját (8. ábra). Ezeket a képeket, ha képesek vagyunk úgy szemlélni, hogy a bal szemünk csak bal képet, a jobb szemünk csak a jobb képet lássa, akkor a vízszintes parallaxisoknak köszönhetően térben csodálhatjuk meg Leonardo híres festményét. Fontos megjegyezni, hogy a parallaxis nagysága a mélységgel arányosan változik.

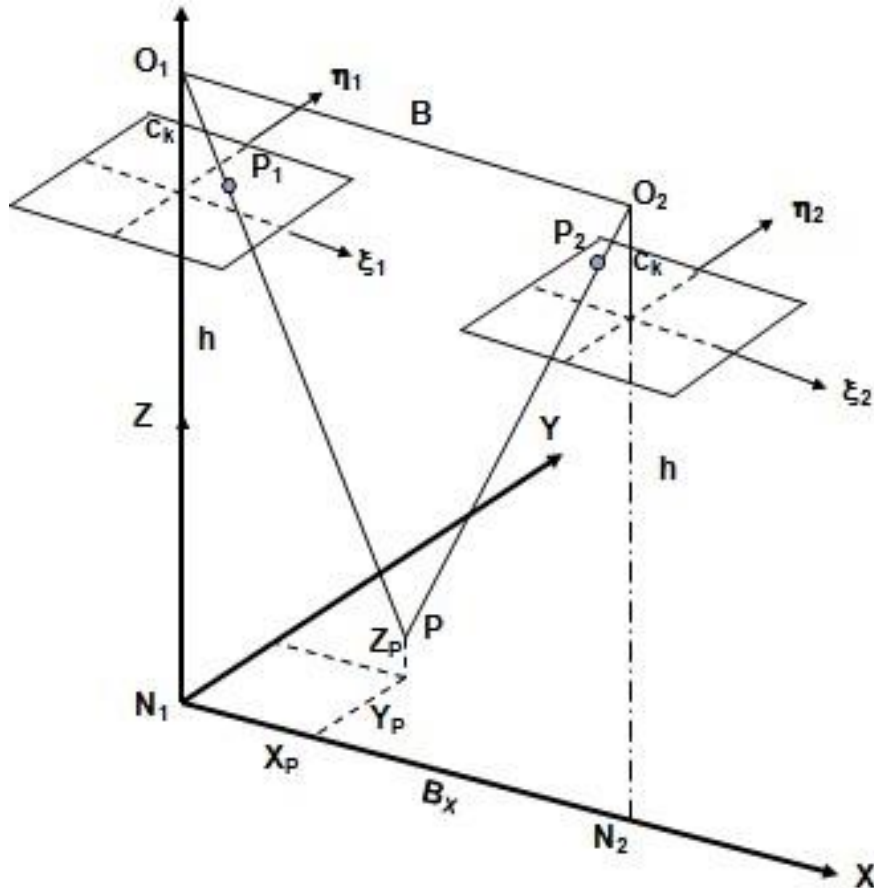


8. ábra. Mona Lisa sztereogrammja

### III. A TÉR FELMÉRÉSE

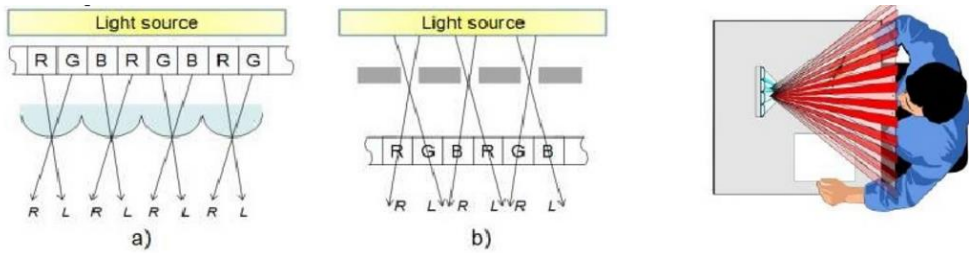
Már a XIX. század közepén felmerült a kérdés: Hogyan mérjük fel a körülöttünk lévő teret fényképek alapján? Erre a kérdésre több, mint 180 évvel ezelőtt (*Charles Wheatstone - 1832*) megszülettek az első válaszok. A 9. ábrán azt láthatjuk, hogy ha rendelkezünk egy sztereóképpárral, akkor az összetartozó  $P_1$ ,  $P_2$  pontokat pontosan kimérve a képeken egy derékszögű koordinátarendszerben  $(\xi_1, \eta_1, \xi_2, \eta_2)$ , matematikai összefüggésekkel ki tudjuk számítani, hogy a  $P_1$ ,  $P_2$  pontokhoz melyik  $P$  térbeli pont tartozik és annak mik az  $X_p$ ,  $Y_p$ ,  $Z_p$  koordinátái. A fotogrammetria tudománya pontosan ezzel és az ezekből levezethető térképkészítéssel, 3D modellezéssel foglalkozik. A kezdetek óta olyan hatalmas utat járt be ez a diszciplína, hogy az életnek szinte nincs olyan

területe, ahol ne lehetne alkalmazni. Ez egy igazi, jó értelemben vett gyakorlati tudomány, az alkalmazásoknak csak a képzelet szab határt.



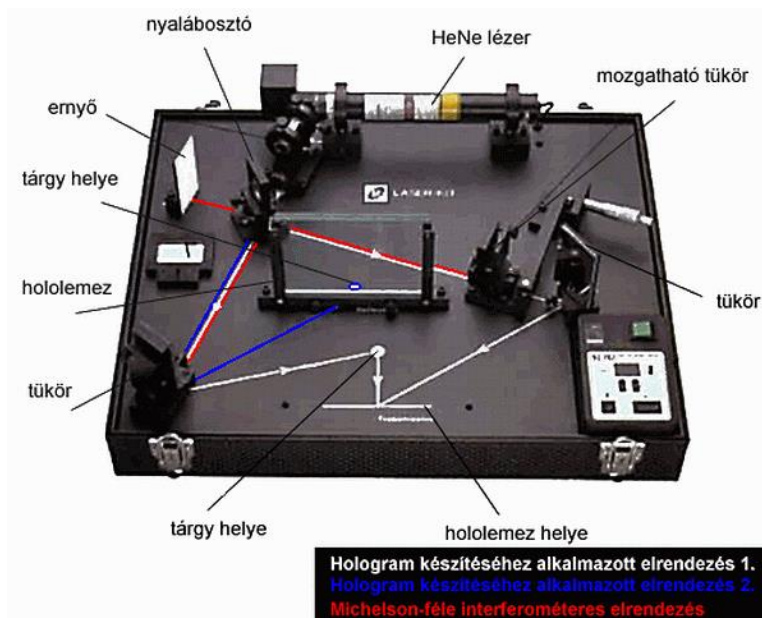
9. ábra. Egy sztereóképpár geometriai elrendezése (forrás: [https://dtk.tankonyvtar.hu/bitstream/handle/123456789/8034/0027\\_DAI5.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://dtk.tankonyvtar.hu/bitstream/handle/123456789/8034/0027_DAI5.pdf?sequence=1&isAllowed=y))

A sztereószemlézés megjelent a szórakoztató iparban is. Megjelentek a sztereó TV-k, ahol a térélményhez sztereószemüveget kellett viselni. Később a gyártók rájöttek, hogy a sztereószemüveg használata elkerülhető, ha a képernyőn biztosítjuk a bal és jobb kép szétválasztását és a fénysugarak elterelését, annak érdekében, hogy az oldalaknak megfelelő fénysugarak külön a bal és jobb szemünkbe érkezenek. A 10. ábra ennek a megoldásnak a lényegét magyarázza. Sajnálatos módon, ezek a fajta TV-k nem kerültek tömeggyártásba, mert akkora már az emberek csalódtak a szemüveggel nézhető változatokban és a piaci igény nagyban lecsökkent.



10. ábra. Szemüveg nélküli sztereó TV koncepciója (forrás: <http://www.slideshare.net/davidmetge/three-dimensions-television>)

A valóság térbeli megjelenítését szolgálják a hologramok is, melyet Gábor Dénes felfedezéseként jegyzünk. Hologram készítése, megjelenítése és annak pontos kimérése rendkívül összetett feladat. A 11. ábrán láthatunk egy munkapadot, mely a hologram készítésére szolgál.



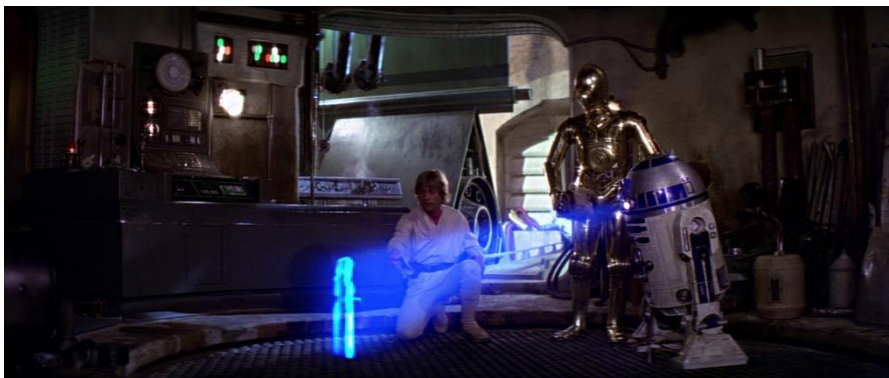
11. ábra. Hologram készítésének módja (forrás: [http://www.vilaglex.hu/Lexikon/Html/Holograf\\_.htm](http://www.vilaglex.hu/Lexikon/Html/Holograf_.htm))

A hololemezen rögzítjük az interferogramot (hologramot), mely úgy jön létre, hogy a tárgyat megvilágítjuk egy lézernyalábbal, ami a tárgyról pontosan a hololemezre verődik vissza. A hololemezre a lézernyalábot közvetlenül is rávetítjük. Így a tárgyról visszavert lézernyaláb interferencia képet alkot a hololemezre közvetlenül vetülő lézernyalábbal. Ezt az interferencia képet kell rögzítenünk fotografiai úton. Az így elkészült hololemezt újra megvilágítva az eredetileg használt lézernyalábbal, létrejön az eredeti tárgy holografikus képe, melyet egy ernyőn

felfoghatunk vagy valódi térbeli modellként megjeleníthetünk. Több kísérlet is történt a hologramok alkalmazására a fotogrammetriában, de a módszer a bonyolultsága és a költséges volta miatt nem terjedt el a gyakorlatban, így ez nem tudta kiváltani a sztereóképpárokra alapuló térbeli modellezést. Ugyanakkor, egyéb területeken használják a hologramokat (szórakoztató ipar, hologramos matricák a biztonságtechnikában, művészi képek és ábrázolások, mobiltelefonok). A fantasztikus filmek gyakori eleme a hologramvetítők alkalmazása (pl. Star Wars filmek vagy az Avatar című film). A 12. és 13. ábrán egy-egy ilyen jelenetet láthatunk.



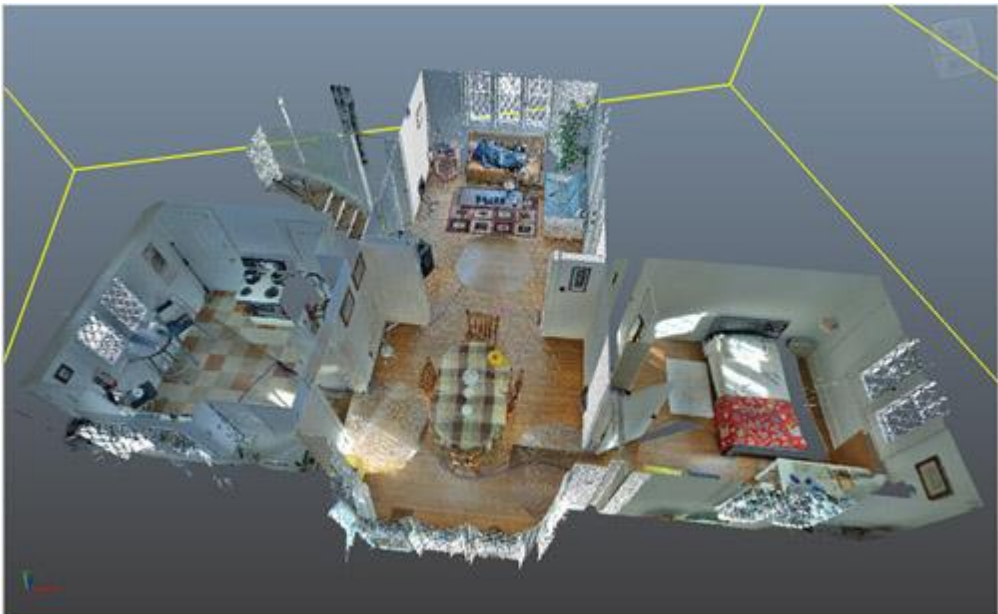
12. ábra. Hologram az Avatar című filmben (forrás: <http://www.justjon.net/technology/the-tech-of-avatar/>)



13. ábra. Hologram kivetítése az első Star Wars filmben (forrás: <https://www.starwars.com/news/6-ways-holograms-play-an-important-role-in-star-wars>)

#### IV. FOTOGRAMMETRIA A NYOMOZÁSBAN

A fotogrammetriai módszerek nagyon jó szolgálatot tehetnek a bűnügyi helyszínek, balesetek archiválásában, 3D rekonstrukciójában és a helyszínen történt események utólagos elemzésében. A piacon számos szoftver áll rendelkezésre, melyek kimondottan ilyen jellegű célokat szolgálnak. Egyes egyetemek külön kurzusokat indítanak ebben a témakörben. Például a Univeristy of Toronto „Bevezetés a bűnügyi helyszínek térképezésébe és rekonstrukciójába” című kurzusán belül megismertetik a hallgatókat a bűnügyi helyszínek nyomozási célú dokumentálásával, feltérképezésével, elemzésével és vizualizálására/rekonstrukciójára szolgáló szabványos és innovatív módszerekkel, beleértve a következőket: mérőállomások; lézeres szkennerek; panoráma képek; és fotogrammetriai módszerek. A kurzus témái az alapvető méréselmélettől és a statisztikáktól kezdve a jogi megfontolásokig, például az elfogadhatóságig és a tárgyalóteremre alkalmas vizualizációk készítéséig terjednek. A hallgatók megtanulják használni a kriminalisztikai térképészeti szoftvereket, a tárgyalóteremre alkalmas grafikák létrehozásának elkészítési módját (14. ábra).



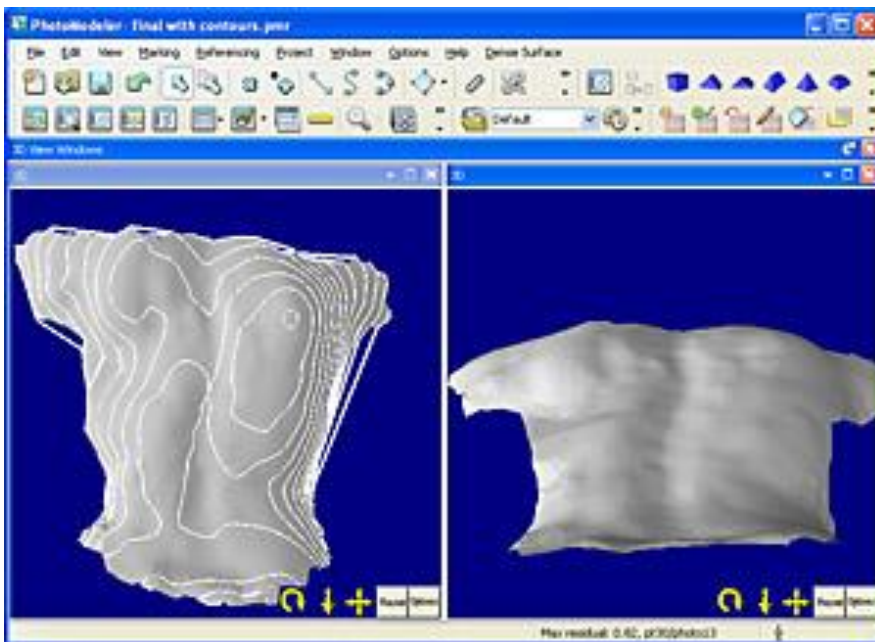
14. ábra. Bűnügyi helyszín 3D rekonstrukciója (forrás: forrás: <https://www.utm.utoronto.ca/forensic/fsc406h5-introduction-3d-crime-scene-mapping-reconstruction>)

## V. FOTOGRAMMETRIA A GYÓGYÁSZATBAN

Ma már a fotogrammetria a gyógyászat területén is eredményesen alkalmazható. A legfontosabb alkalmazási területek a következők:

- implantátumok, protézisek tervezése,
- ortopédiai vizsgálatok,
- testen található deformációk vizsgálata (pl. gerinc),
- röntgenfelvételek 3D kiértékelése és megjelenítése,
- antropológiai vizsgálatok és arcreekonstrukció.

Fontos megjegyezni, hogy számos, speciálisan gyógyászati célra készült szkennerek képesek a 3D rekonstrukcióra lézeres vagy egyéb technológiát alkalmazva. Így ezek az eszközök jól kiegészítik a fotogrammetriai modellezésre épülő megoldásokat és tervező szoftvereket. A 15. ábrán erre látunk egy megoldást.



15. ábra. Gerincferdülés 3D rekonstrukciója (<https://www.photomodeler.com/pm-applications/photogrammetry-academics-research/biology/>)



## VI. FOTOGRAMMETRIA A KÖZLEKEDÉSBEN

A fotogrammetria a közlekedésben elsősorban két területen alkalmazható. Egyrészt a közlekedés biztonságát növelendő, sztereó kamerákkal segített modellezéssel és folyamatos figyeléssel a balesetek elkerülhetők. Másrészt az önvezető autók fejlesztésében nagy szerepe van a fotogrammetriára épülő kamerás rendszereknek.

A vezetőt támogató rendszerek (fék, kormányzás) az emberi reakciónál gyorsabban tudnak reagálni vészhelyzetben. Ezekkel a kamerás rendszerekkel valós időben előre jelezhető a közlekedésben résztvevő gyalogosok vagy más járművek mozgása. Többek között egy ilyen rendszert fejlesztenek folyamatosan a Mercedes Benz autókban is. A módszer lényege, hogy a 3D-s világot a sztereókamera predikcióval képzi le, vagyis valójában 6D-s információs modell a rendszer alapja. Részletesebb leírás és bemutató videók elérhetők a <https://www.6d-vision.com/6d-vision> oldalon (16. ábra).

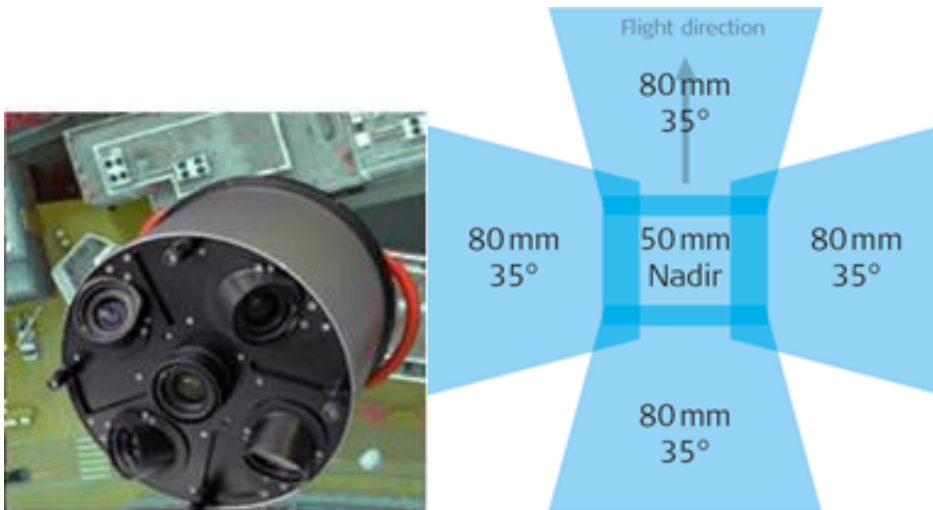


16. ábra. Mozgás előrejelzése a 6d\_vision rendszerben

## VII. 3D VÁROSMODELLEK

A városok modellezésében oroslánrészt vállal a fotogrammetriai adatnyerés. A többképes (ferde tengelyű) kamerás rendszerek lehetővé teszik a valódi 3D modellek előállítását egy adatforrásból. A 17. ábrán egy

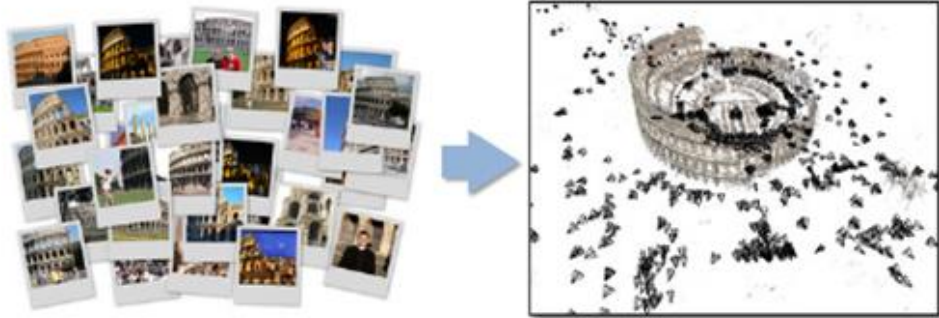
ilyen kamerarendszert láthatunk. Az 5 kamerából álló felvevő berendezés egyszerre 5 felvételt készít, melyekkel elérjük azt, hogy ne csak az épületek tetejét, hanem az oldalát is megőrökítsük a fotókon. Az elkészült képsorozatokon az összetartozó pontokat beazonosítva, automatizált számítással előállítható egy teljes város 3D modellje.



17. ábra. Leica RCD30 felvevő rendszer

Városok modellezésének egy érdekes, alternatív megoldása, ha a közösségi terek fotóira támaszkodunk és azok alapján próbáljuk meg az egyes épületeket, városrészeket modellezni. Egy ilyen modellező szoftvernek a következő feladatokat kell megoldania (18. ábra):

- Közös objektumok keresése nagy adatbázisok képein és a képek automatikus korrelációja.
- Képen belül az ismétlődő objektumok (pl. ablak) automatizált felismerése.
- Városok teljes 3D modellje automatizált képillesztéssel Internetes képek alapján.



18. ábra. A római Colosseum modellezése közösségi fotók alapján

### VIII. FOTOGRAMMETRIA A RÉGÉSZETBEN, MŰEMLÉKVÉDELEMBEN

A régészeti feltárások során fontos szempont egyrészt a régészeti helyszín feltérképezése, másrészt a talált leletek katalogizálása, 3D modellezése. A felvételek készülhetnek a föld felszínén, a levegőből vagy a víz alatt. Minden esetben a cél a tárgyak, épületek, helyszínek feltérképezése, modellezése (19. ábra).



19. ábra. Amfóra digitális modellje az eredeti fotóra illesztve (forrás: Chapter 6, *underwater Photogrammetry for Archaeology* By Pierre Drap, DOI: 10.5772/33999)

A régészek számára érdekes helyszínek megtalálásában is segítséget nyújthat a fotogrammetria, pontosabban a légifelvételek alkalmazása,

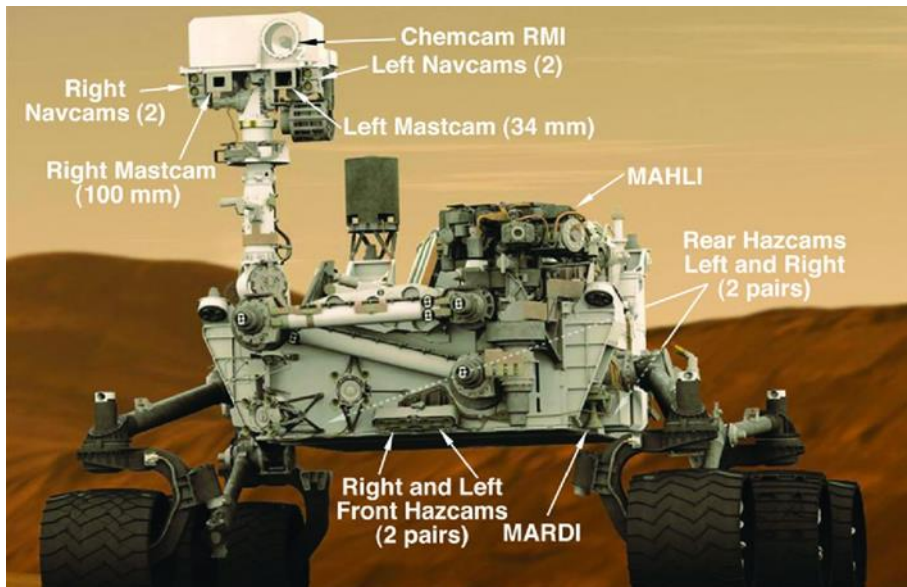
melyek nagy felbontással, nagy területről adhatnak áttekinthető képet és a magasból olyan árnyalati különbségek vehetők észre a felvételeken, melyek alapján a régészek kijelölhetnek ásatásra érdemes helyszíneket, eltemetett romokat, városfalakat, épületeket tudnak azonosítani. A 20. ábrán láthatjuk, hogy egy Franciaországban található ősi település nyomait mennyire megőrzi az idő, még akkor is, ha azt a területet már régóta mezőgazdasági célra használják.



20. ábra. Óstörténeti település nyomai - Grézac, Franciaország (forrás: [https://en.wikipedia.org/wiki/Aerial\\_archaeology](https://en.wikipedia.org/wiki/Aerial_archaeology))

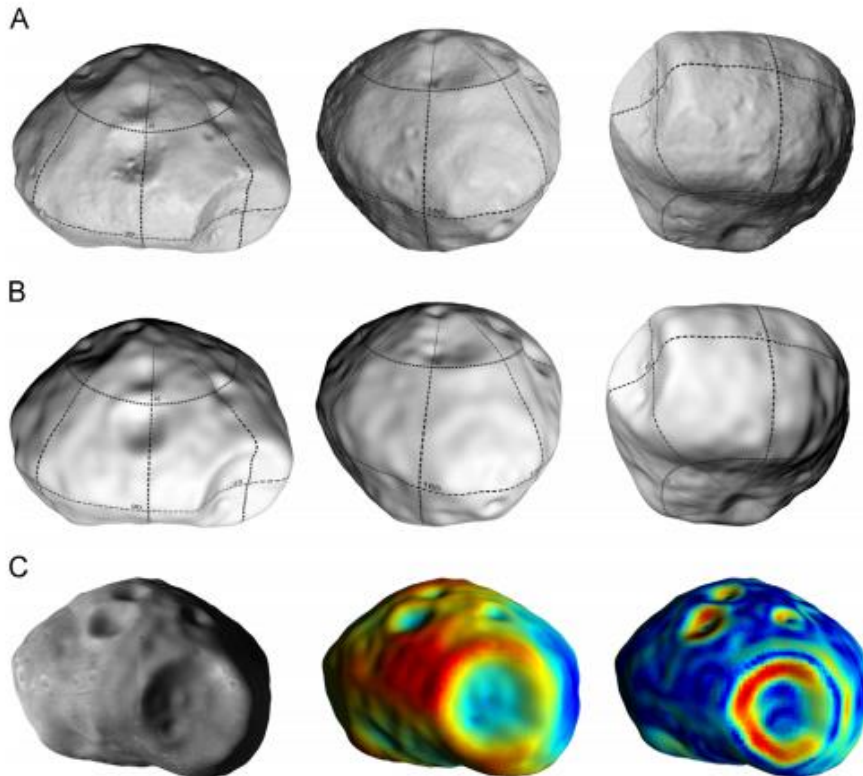
## IX. FOTOGRAMMETRIA A CSILLAGÁSZATBAN ÉS BOLYGÓKUTATÁSBAN

Naprendszerünk kutatásában a különböző szondákkal az űrkutatás kezdete óta arra törekszünk, hogy minél többretű információkhoz jussunk egy jelenséggel, egy bolygóval vagy egyéb égitesttel kapcsolatban. Fontos eleme az ilyen jellegű rendszereknek a kamera vagy kamerák rendszere. A Curiosity marsjáróra például 17 kamerát szereltek, melyek között találhatóak sztereókamerák is, így 3D-ben csodálhatjuk meg a felszíni formákat a Marson (21. ábra).



21. ábra. A 17 kamerából álló rendszer a Curiosity marsjárón

Számos példát lehetne sorolni még arra, hogy a kisbolygók modellezése vagy a Holdunk feltérképezése elképzelhetetlen a 3D modellezést biztosító kamerarendszerek nélkül (21. ábra).



22. ábra. Phobos topográfiai modellje (forrás: <http://elib.dlr.de/92240/1/Willner,%20Shi,%20Oberst%20-%202014%20-%20Phobos'%20shape%20and%20topography%20models.pdf>)

## X. FOTOGRAMMETRIA A SZÓRAKOZTATÓ IPARBAN

A szórakoztató iparban egyre nagyobb igény van a jó minőségű 3D modellekre, melyeket filmekben, számítógépes játékokban, reklámokban és mobiltelefonos applikációkban láthatunk a leggyakrabban (23. ábra). Úgy tűnik, hogy ez a terület egy kiapadhatatlan forrás és talán ez a legdinamikusabban fejlődő iparág a fotogrammetria számára. A filmek látványtechnikája és a játékok fejlesztése olyan új megoldásokat szül, melyek mindig visszavezethetők a fotogrammetria alapjaira.



23. ábra. Reklámcélú 3D modellezés (forrás: <https://www.fbx.co.uk/3d-scanning-and-digital>)

## XI. MIT HOZHAT A JÖVŐ?

A jövő afelé mutat, hogy a fotogrammetria szinergiája más tudományokkal (pl. 3d Virtuális Város) megállíthatatlan. Teljesen új szenzorok jelenhetnek meg a piacon. Például a TOF kamerák esetében a mérés annak az időnek a mérésén alapul, amit a fény tesz meg a fényforrástól az objektumig és onnan visszaverődik a kamerába. A fény kisugárzása és detektálása szinkronizált módon történik a kamerában lévő szenzorok segítségével. Egy ilyen kamerával azonnal valósághű 3D modellt kapunk mindenféle utófeldolgozás nélkül.

A mesterséges intelligenciára épülő képelemzési módszerek lehetővé teszik az automatikus objektumalapú 3D szegmentálást. Ez olyan mélyreható változásokat hozhat a mindennapi életünkben, amit csak most kezdünk megérteni, felfogni. Megjelenhetnek az „értelmesen” látó robotok. A nagy tech cégek célja, hogy a gépekkel természetesen természetes nyelven kommunikáljunk, de ehhez kell a 3D-s világ leképezése is. A jövőben a fotogrammetria piaci alkalmazásai továbbterjednek, kiszélesednek. Ilyen izgalmas terület lehet pl. a virtuális városmodellek világa, melyekben virtuális életet élhetünk, átélhetjük akár egy középkori római polgár mindennapjait vagy, ha úgy tetszik, a virtuális valóság segítségével felfedezésre indulhatunk a távoli űrbe.

**SZAKIRODALOM**

Mikhail, E. M. - Glaser, G H: Mensuration aspects of holograms, Photogrammetric Engineering, Vol 37, No 3, PP 267-276, 1971-3

Mikhail, E. M.: Holograms And Holographic Stereomodels: Their Mensuration And Mapping, Proc. SPIE 0045, Coherent Optics in Mapping, (1 October 1974); doi: 10.1117/12.953962

Balasubramanian, N.: Holographic Applications in Photogrammetry, Opt. Eng. 14(5), 145448 (Oct 01, 1975). doi:10.1117/12.7971810

Bai, A. – Zacher, M. – Pfeifer, T.: New concept of a photogrammetry system with adapted „intelligent” illumination for 3D-shape capture using computer-generated holograms, Proceedings, XVI IMEKO world congress, IMEKO 2000 : Sept. 25 - 28, 2000, Vienna, Austria, Artikel-Nr: 17-20

Daniel Carneiro da Silva (ed.): Computer and Information Science » Artificial Intelligence » "Special Applications of Photogrammetry", , ISBN 978-953-51-0548-0, Published: April 25, 2012 under CC BY 3.0 license. © The Author(s)



## A KÖZÉPKORI HOSSZETALON REKONSTRUKCIÓJÁNAK LEHETŐSÉGE KORABELI ÉPÜLETEK MÉRETEIBŐL

Dr. Busics György, c. egy. tanár

Óbudai Egyetem, Alba Regia Műszaki Kar (OE-AMK, Székesfehérvár)

busics.gyorgy@amk.uni-obuda.hu

*Abstract* — Fehérváron őrizték a középkori hossz mérték (a királyi öl) etalonját, de ez nem maradt fenn; metrikus hossza is bizonytalan. Ezidáig hét, viszonylag épségben fennmaradt épület (elsősorban körtemplom) szabatos geodéziai felmérése és elemzése alapján sikerült ezt a hosszat rekonstruálni, pontosítani.

Az írás ezt a többéves folyamatot mutatja be, ami egyben a geodézia hozzájárulása is Fehérvár, a metrológia és az építészet történetéhez. A cikkben több tdk-dolgozat eredményeit használjuk fel, amelyekből közös könyv is született (Busics, Tóth 2020).

### I.A KÖZÉPKORI MAGYAR HOSSZMÉRTÉK RENDSZERRŐL

Mindannyian ismerjük, használjuk a métert, mint mai hossz mérték egységet; annak fontosságával, a mindennapi életben betöltött szerepével is tisztában vagyunk. A méter-rendszer bevezetésekor (Franciaországban 1795-ben, Magyarországon hivatalosan 1874-ben) fizikailag is létezett a méter-etalon, vagyis a mértékegységnek egy fémrúdra végvonásokkal felkarcolt mintapéldánya. Ma a méter definíciója nem etalonra van visszavezetve, hanem a fénynek 1 másodperc alatt megtett útja hosszán alapszik (ezt már 1965-ben javasolta *Bay Zoltán*). A méter-rendszerben egészen nagy és egészen kicsi távolságok is megadhatók, erre külön elnevezések szolgálnak, mégpedig a tízes számrendszerben.

Hosszmértékekre a középkori Magyarországon is szükség volt. Amit erről tudunk, azt leginkább *Bogdán István* könyvtáros-levéltáros tudománytörténésznek köszönhetjük (Bogdán 1973). Ezek szerint az alpmértékegység a királyi öl volt. A királyi öl az 1. táblázatban megadott további kerek számú kisebb egységeknek is megfeleltethető. Megegyezik például 10 láb, vagy 16 arasz hosszával. A láb 12 hüvelyknek vagy 16 ujjnak felel meg, az arasz pedig 10 ujjnak. Ezek a kisebb egységek ún. természetes mértékek, amelyek az emberi testrészekből eredeztethetők.

1. táblázat. A középkori magyar hosszegységek

	öl	lépés	rőf	láb	arasz	tenyér	hüvelyk	ujj
1 öl	1		5	10	16	40	120	160
1 lépés		1		3		12	36	48
1 rőf			1	2		8	24	32
1 láb				1		4	12	16
1 arasz					1			10
1 tenyér						1	3	4
1 hüvelyk							1	4/3
1 ujj								1

Mekkora volt egy királyi öl a mai méter egységben kifejezve? Ezt egyetlen megmaradt zsinór leméréséből tudjuk. A zsinórt egy jelentéshez csatolták, ami Pomáz és Budakalász földbirtokainak 1702. évben végrehajtott felméréséről szólt, amit 18 királyi öl hosszúságú mérőkötéllal végeztek s ezt a mérőkötelet kalibrálták a zsinórral, mint etalonnal. A zsinór hossza 3,126 méter. Ennek alapján az öl tizede, vagyis a királyi láb 31,3 cm, a tizenhatod-rész, vagyis az arasz pedig 19,5 cm hosszúságú a mai metrikus rendszerben.

A királyi arasz méretének megadására lenne egy másik mód is, ugyanis *Mátyás király* 1486. évi törvénykönyvében, később pedig *Werbőczy István* híres Hármaskönyvének mintegy 50 kiadásában a lap szélén eredeti nagyságban a királyi araszt is kinyomtatták. Az egyes kiadásokban lement szakasz hossza azonban tág határok között (18,1 cm és 19,2 cm között) változott, tehát nagy a bizonytalansága. A törvénykönyvekben egyébként azért rajzolták le az araszt, mert ennek tizenhatszorosaként definiálták a királyi ölet, ennek alapján pedig a 12 öl szélességű és 72 öl hosszúságú területrészt, ami 1 királyi holdnak felelt meg. A 150 királyi holdnyi terület pedig az 1 ekealja nagyságú terület.

## II.A KÖRTEPLOM-VIZSGÁLATOK ALPELVÉRŐL ÉS FELTÉTELEIRŐL

Az alapgondolat az, hogy a középkorban is tervek alapján építkeztek, a terveket az akkori hossz mértékegységben (annak arányos kicsinyítésével) készítették és a méreteket a mértékegység egész számú (vagy feles, negyedes) többszörösében vették fel. Ha a kitűzést, kivitelezést is kellő gondossággal végezték, akkor most, több száz év

elteltével lemérve a megfelelő távolságokat és ismerve a váltószámokat, újra elkészíthetjük az épületek tervét az eredeti mértékegység szerint is. Sőt, magát a mértékegységet is rekonstruálhatjuk. A gondos munkával kivitelezett építmények mintegy megőrizték számunkra az egykori etalon-hosszat is.

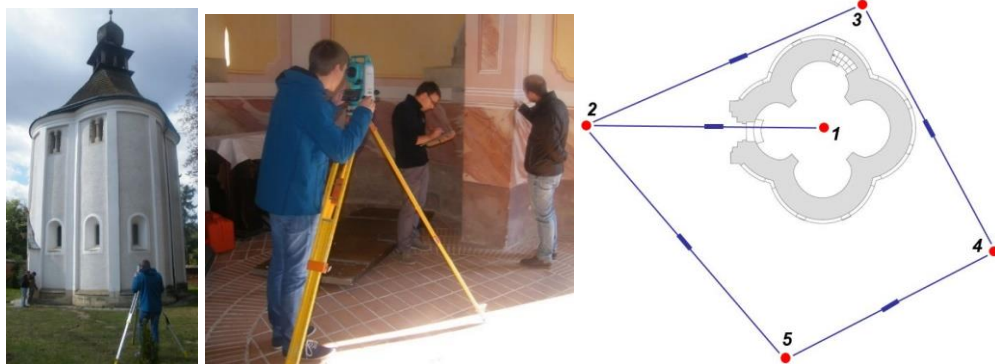
Különösen a körtemplomok alkalmasak ilyen vizsgálatok végzésére. A kör ugyanis nemcsak tervrajzon jelölhető ki pontosan, hanem a valóságban is, egy fixen rögzített középpont (karó) és egy vékony zsineg segítségével. A körtemplomok esetében több kör is vizsgálható, ugyanis a szentély is és a hajó is kör alaprajzú általában s mindkettőnek külső és belső fala is van, vagyis kívülről és belülről is mérhető egy-egy kör, megállapítható annak középpontja és sugara. Körtemplom formájúak voltak a legelső középkori szakrális építmények az egész Kárpát-medencében, számos fennmaradt közülük (Szilágyi 2008). Ahhoz azonban, hogy a rekonstrukciós folyamat valóban eredményes legyen, számos feltételnek kell megfelelni, amelyeket itt a részleteket mellőzve, csak egy-egy mondatban tudunk összefoglalni (bővebben: Busics, Tóth 2020).

1. Maga az épület legyen eredeti (nem többszörösen átépített), lehetőleg szimmetrikus.
2. A falak, sarkok egyértelműen azonosíthatók legyenek.
3. A felmérési technológia legyen alkalmas; esetünkben ez a mérőállomással végzett irány- és távmérés.
4. Az épületen belül és kívül geodéziai mikrohálózat alakítandó ki kényszerközpontosan, az alappontok és részletpontok egyidejű meghatározásával. A részletpontok szabatosan mérendők.
5. Az alaphálózat fölös mérések alapján kiegyenlítéssel számítandó, mind vízszintes, mind magassági értelemben.
6. A hálózatot olyan helyi rendszerbe célszerű transzformálni, ami az eredeti építési főiránynak megfelel (körtemplomoknál például a keleti tájolásnak).
7. Az épület jellemző alaprajzi méreteit koordináta-geometriai módszerekkel, több mérési eredmény figyelembevételével számoljuk. Körtemplomoknál például a kör sugarát, középpontját és azok középpontját a kiegyenlítő kör elve alapján.
8. Az alaprajz előbb méter-rendszerben szerkesztendő.
9. A jellemző méreteket ezután az egykori hosszegységnek (királyi lábnek, arasznek...) kell megfeleltetni.
10. Az alaprajzot a korabeli egységben is el kell készíteni.
11. Az egykori hosszegység végül rekonstruálható (a méterben megadott méretek visszaszámíthatók).

A fenti technológiát e cikk írásáig 8 templom felmérésénél használtuk, ezek közül a következőkben hármat mutatunk be konkrét méretadatokkal.

### III.A JÁKI NÉGYKARÉJOS SZENT JAKAB-KÁPOLNA MÉRETEI MÉTERBEN ÉS KIRÁLYI ARASZBAN

Ják méltán híres 1256-ban felszentelt apátsági templomáról. Ezt megelőzően azonban egy körtemploma is volt a településnek, amelyet csak 1991-ben tártak fel (a szerzetesi templom nem működhetett plébániaként, ezért volt külön plébániatemploma a falunak). Ennek a körtemplomnak a helyén épült fel 1250 körül a *Szent Jakab* tiszteletére szentelt négykaréjos kápolna, ami vizsgálatunk tárgya (1. ábra).

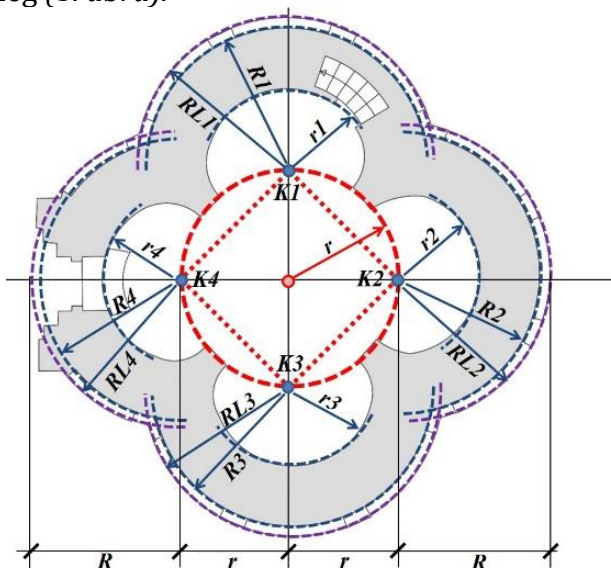


1. ábra. A jáki Szent Jakab kápolna kívülről, belülről és mikrohálózatának meghatározási vázlata

A részletes felméréshez egy öt álláspontból álló mikrohálózatot hoztunk létre (1. ábra), melyből egy pont a kápolna belsejében, négy pedig az épületen kívül helyezkedett el. Az álláspontok között a prizma és a műszer cseréje kényszerközpontosan történt. Az alaprajzi szerkesztéshez először kiegyenlítő köröket számítottunk (2. ábra). Egy-egy karéj esetében három-három körsugár és középpont számítható: a lábazaté ( $RL$ ), a külső falazaté ( $R$ ) és a belső falazaté ( $r$ ). A körök középpontjainak koordinátái 2 centiméteren belül egyeznek, ami a kitűzés és kivitelezés precíz megoldására utal. A körsugarak középpontjainak is meglepően kicsik, a lábazaté és külső köröké 3 mm alattiak, a belső köröké kicsivel nagyobbak. Kivételt képeznek a 4-es számú karéj-körök, ami érthető, hiszen itt helyezkedik el a bejárat, ami miatt sokkal kevesebb pont volt mérhető (2. táblázat).

Ezután a sugarak méterbeli értékeiből a láb illetve az arasz hivatalos méterbeli hossza alapján egész/feles számú értékeket próbáltunk kinyerni. Kiderült, hogy a jáki kápolna tervezése és építése arasz egységben történt. A lábazat sugara mindegyik karéj esetében 14

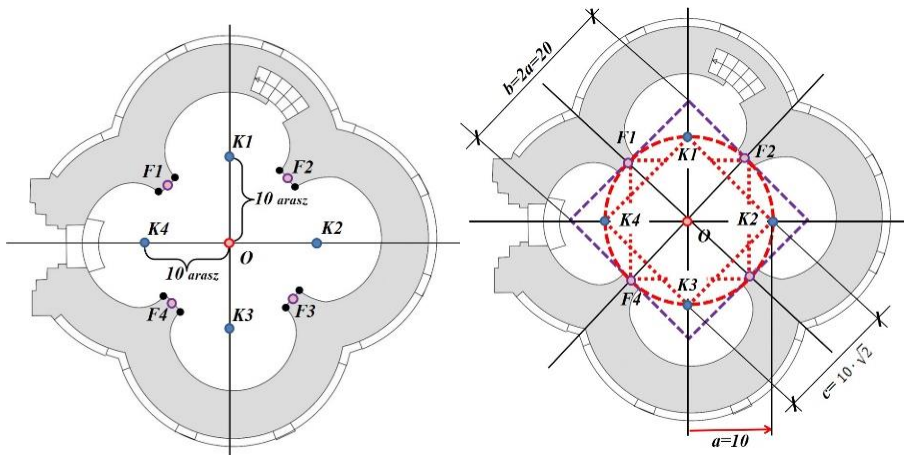
arasznak, a külső falazaté 13 arasznak, a belső ívé 7 és fél arasznak feleltethető meg (5. ábra).



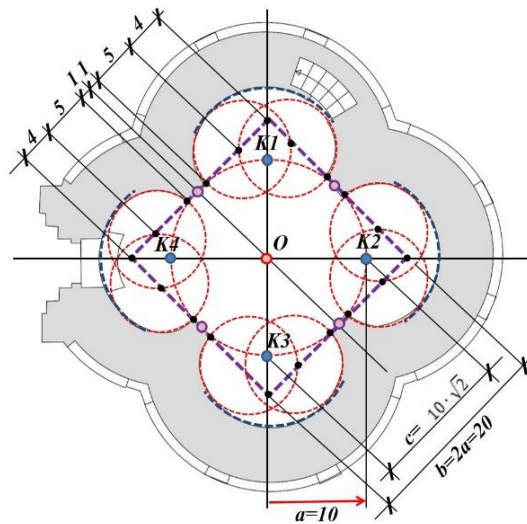
2. ábra. A jáki Szent Jakab kápolna köreinek jelölése

2. táblázat. A jáki kápolna kiegyenlítő köreinek adatai méterben

kör leírása	jele	y	x	r	my	mx	mr
1 belső fal	$r1$	499,850	202,025	1,492	0,010	0,019	0,009
1 külső fal	$R1$	499,852	202,009	2,620	0,002	0,007	0,002
1 külső lábazat	$RL1$	499,848	202,014	2,815	0,002	0,005	0,001
2 belső fal	$r2$	502,046	200,183	1,501	0,012	0,002	0,005
2 külső fal	$R2$	502,049	200,210	2,603	0,007	0,002	0,002
2 külső lábazat	$RL2$	502,076	200,217	2,799	0,011	0,004	0,002
3 belső fal	$r3$	500,208	198,014	1,487	0,003	0,007	0,003
3 külső fal	$R3$	500,197	198,015	2,607	0,003	0,009	0,003
3 külső lábazat	$RL3$	500,219	197,988	2,795	0,005	0,011	0,002
4 belső fal	$r4$	498,078	199,844	1,515	0,032	0,008	0,030
4 külső fal	$R4$	498,050	199,843	2,608	0,035	0,006	0,012
4 külső lábazat	$RL4$	498,055	199,861	2,803	0,027	0,007	0,005



3. ábra. A jáki Szent Jakab kápolna alapköre és szabályossága



4. ábra. A kápolna belső körívének szerkesztése (arasz egységben)

Az alaprajz szerkesztése során további szabályosságok is megfigyelhetők (3. ábra):

- Az egyes karéjok középpontjai (K1, K2, K3, K4) is egy körön helyezkednek el (nevezzük ezt alapkörnek); ennek az alapkörnek a sugara kerekén 10 arasz.
- A karéjok falvégződései (F1, F2, F3, F4) is az alapkörön helyezkednek el.
- A K és F pontok szimmetrikusan, 45 fokként követik egymást az alapkörön.
- A belső karéjok geometriailag nem szabályos körök, hanem egy-egy félkör végéhez kapcsolódó, kisebb sugarú ívekből tevődnek össze. Ha

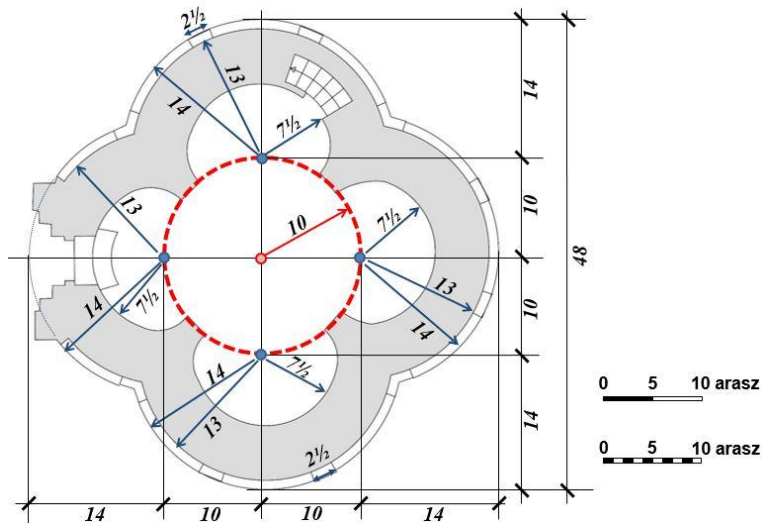
vizsgáljuk ezeket a kisebb íveket, akkor a 4. ábrán látható szabályosságot figyelhetjük meg.

- A karéjok falvégződése (F pontok) és a belső karéjok kisebb íveinek középpontjai az alapkör köré írható négyzet oldalain helyezkednek el, araszban megadható szabályos kiosztásban (4. ábra).
- A külső falazatot díszítő lizénák egyforma távolságra, szimmetrikusan helyezkednek el, a szélességük két és fél araszra felel meg.
- A kápolna teljes hossza mindkét (É-D és K-Ny) irányban azonosnak vehető; araszban kifejezve ez 48 araszra felel meg, királyi ölben kifejezve pedig kerekén 3 ölnek.

3. táblázat. Az arasz hossza (cm-ben) a jáki kápolna méreteiből

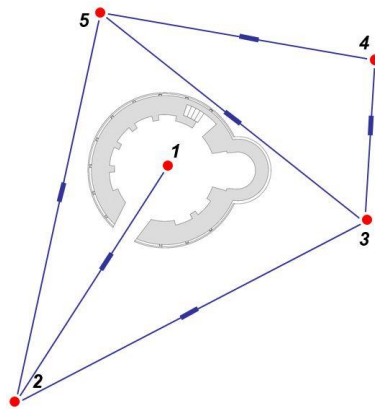
Méret leírása	jele	hossz [m]	közép-hiba [m]	egység [db]	arasz [cm]	súly
1 belső fal sugár (8 pontból)	<i>r1</i>	1,492	0,009	7,5	19,9	1
1 külső fal sugár (12 pontból)	<i>R1</i>	2,620	0,002	13	20,2	2
1 lábázat sugár (16 pontból)	<i>RL1</i>	2,815	0,001	14	20,1	2
2 belső fal sugár (6 pontból)	<i>r2</i>	1,501	0,005	7,5	20,0	1
2 külső fal sugár (11 pontból)	<i>R2</i>	2,603	0,002	13	20,0	2
2 lábázat sugár (16 pontból)	<i>RL2</i>	2,799	0,002	14	20,0	2
3 belső fal sugár (6 pontból)	<i>r3</i>	1,487	0,003	7,5	19,8	1
3 külső fal sugár (13 pontból)	<i>R3</i>	2,607	0,003	13	20,1	2
3 lábázat sugár (17 pontból)	<i>RL3</i>	2,795	0,002	14	20,0	2
4 belső fal sugár (6 pontból)	<i>r4</i>	1,515	0,030	7,5	20,2	1
4 külső fal sugár (7 pontból)	<i>R4</i>	2,608	0,012	13	20,1	2
4 lábázat sugár (11 pontból)	<i>RL4</i>	2,803	0,005	14	20,0	2
külső hossz (K-Ny)	<i>K (K)</i>	9,613		48	20,0	2
külső hossz (É-D)	<i>K (É)</i>	9,633		48	20,1	2

A jáki négykaréjos kápolna méreteiből az arasz hossza súlyozott átlagként 20,03 cm-nek adódik, amelynek szórása 0,13 cm (3. táblázat). Mivel más épületek esetében a láb váltószámát adjuk meg, az előbbi értéket 1,6-del meg kell szorozni, hogy a láb metrikus értékét kapjuk meg. Ez esetünkben 32,05 cm.



5. ábra. A jáki Szent Jakab kápolna méretei királyi araszban

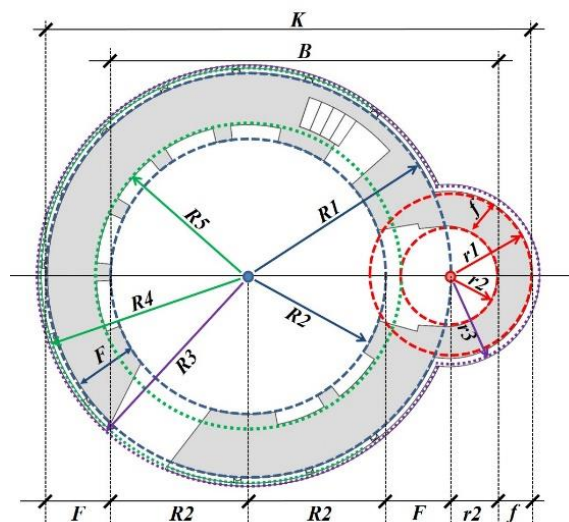
#### IV.A KALLÓSDI KÖRTEMLOM MÉRETEI MÉTERBEN ÉS KIRÁLYI LÁBBAN



6. ábra. A kallósd körtemplom kívülről, belülről és mikrohálózatának meghatározási vázlatja



Kallósd kis zsákfalu Zala megyében. 1263-ban már említik plébánia-templomát, amely keleti tájolású, téglafalazatú körtemplom, patkóíves szentéllyel (6. ábra). A templomot kívülről félkörös oszlopok (lizénák) tagolják. Belül az északi oldalon öt ülőfülke található, míg a déli oldalon kettő. A részletes felmérés alapjául szolgáló irány- és távméréses, kényszerközpontosan mért hálózat öt pontból áll. A szabadhálózati kiegyenlítés után olyan egybevágósági transzformációt végeztünk, hogy a hajó és a szentély középpontjai jelöljék ki az  $y$  tengelyt; ezzel kívántuk elérni a feltételezett tervezéskori rajzi állapotot.



7. ábra. A kallódsi körtemplom kiegyenlítő köreinek jelölése

4. táblázat. A kallódsi kiegyenlítő körök adatai méterben

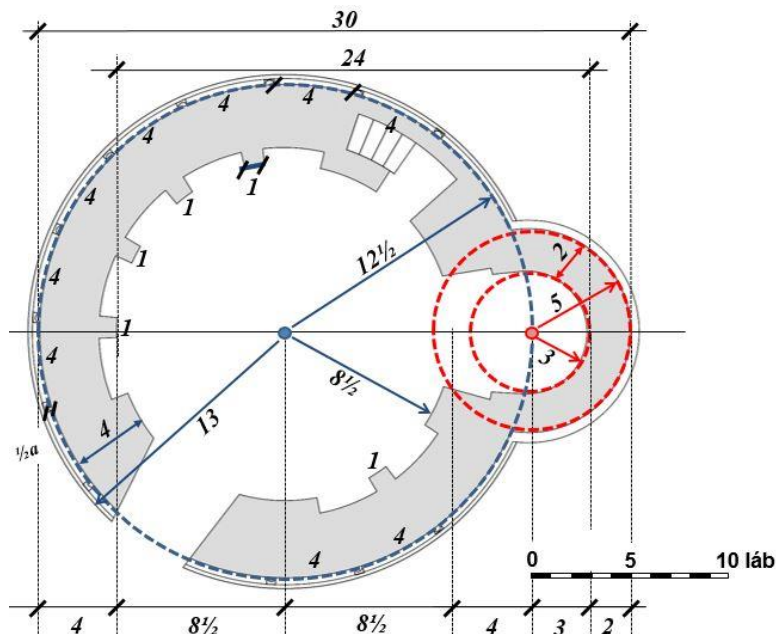
kör leírása	jele	y	x	r	my	mx	mr
Hajó külső fal	R1	249,949	149,751	3,937	0,004	0,005	0,003
Hajó belső fal fent	R2	249,917	149,733	2,671	0,004	0,005	0,003
Hajó belső fal lent	R2	249,922	149,726	2,681	0,003	0,003	0,002
Hajó lábazat	R3	249,928	149,743	4,100	0,004	0,004	0,003
Lizéna	R4	249,930	149,742	4,038	0,003	0,003	0,002
Ülőke	R5	249,906	149,733	2,946	0,002	0,002	0,001
Szentély külső fal	r1	253,820	149,758	1,627	0,003	0,008	0,006
Szentély belső fal	r2	253,773	149,729	0,980	0,008	0,017	0,012
Szentély lábazat	r3	253,812	149,745	1,775	0,008	0,016	0,010

A részletmérés során a templomhajón 5 kört azonosítottunk (7. ábra).

A hajó-körök sugarainak középpontjai nem haladják meg a 3 mm-t, ami az egykori kitűzés és kivitelezés nagy pontosságát jelzi (4. táblázat). Az alaprajz szerkesztése után a következő szabályosságok figyelhetők meg:

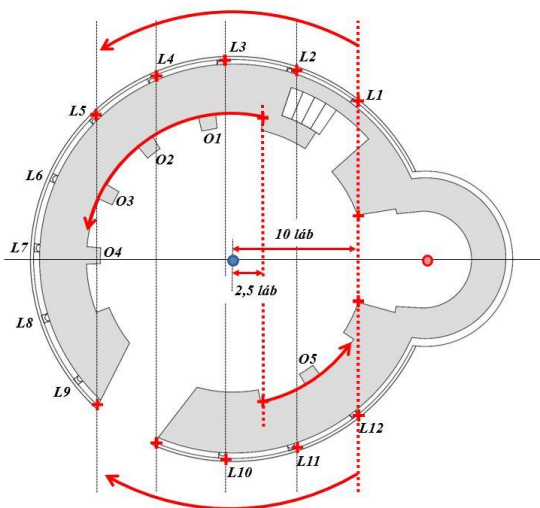
- A szentély középpontja a hajó külső falzatának körívére illeszkedik.
- Az ülőfülkék köre és a szentély belső köre érintő helyzetű.
- A szentély falvastagsága feleakkora, mint a hajóé.
- A lizénák oszlopköze egyenlő és megegyezik a hajó falvastagságával.

A körök sugarai a királyi láb többszörösei a 8. ábra szerint. A templom teljes belső hossza 24 láb, míg a teljes külső hossz 30 láb, ami 3 királyi ölnek felel meg.



8. ábra. A kallósi körtemplom méretei királyi lábban

Érdekes eredményre vezetett a lizénák méretének és elhelyezésének vizsgálata. Összesen 12 lizéna található a külső falon; ebből 9 a bejárattól balra, 3 a bejárattól jobbra helyezkedik el (9. ábra). A szentélyhez legközelebb eső lizénák a templom keleti tengelyére merőleges egyenesen vannak, s ahol ez az egyenes metszi a hajó belső falának körét, onnan indul a szentély falzata is. Ez az egyenes éppen 10 lábra helyezkedik el a hajó középpontjától. Ebből arra következtethetünk, hogy a lizénák kijelölése (tervezése és kitűzése) pontosan így indult az északi részen és a déli részen. A lizénák közel egyforma távolságra, 1,267 méterre vannak egymástól (10 lizénaköz átlagából), ez éppen 4 lábnak felel meg; kijelölésük valószínűleg húrhosszak lemérésével történt.



9. ábra. A kallósi körtemplom lizénáinak és ülőfülkéinek kijelölése

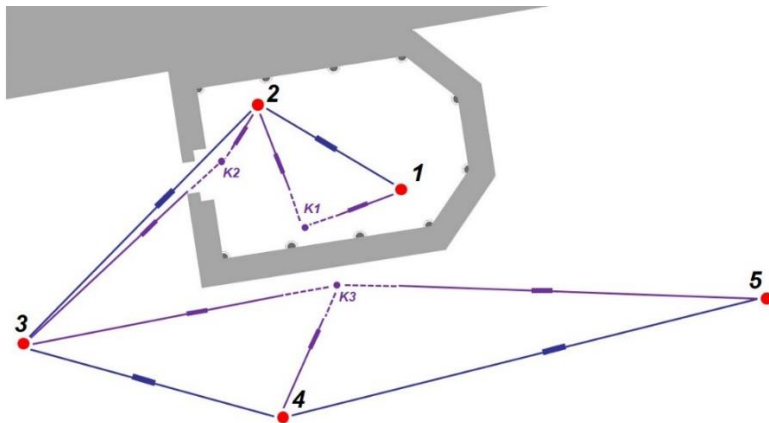
Külön vizsgáltuk a lizénák vastagságát és szélességét. A lizénák vastagsága két kör sugarának különbségeként számítható. Az  $R_4$  és  $R_1$  sugarak különbsége 0,101 méter, ami azonban nem feleltethető meg a láb-egységnek, viszont kifejezhető araszban: fél arasznak felelne meg. A 12 lizéna átlagos szélessége 15,5 cm, ami pedig fél lábnak felelne meg. Végeredményként (5. táblázat) a kallósi körtemplom esetében azt kaptuk, hogy a királyi láb hossza 31,75 cm, ennek szórása pedig 0,5 cm.

5. táblázat. A királyi láb metrikus hossza a kallósi körtemplom méreteiből

Méret leírása	jele	hossz [m]	közép-hiba [m]	egység [db]	láb [cm]	súly
Hajó belső sugara (20 pontból)	$R_2$	2,671	0,003	8,5	31,4	3
Hajó külső sugara (25 pontból)	$R_1$	3,937	0,003	12,5	31,5	3
Szentély belső sugara (6 pontból)	$r_2$	0,980	0,012	3	32,7	1
Szentély külső sugara (8 pontból)	$r_1$	1,627	0,006	5	32,5	2
Külső hossz ( $2R_1+r_1$ )	$K$	9,501	0,008	30	31,7	2
Belső hossz ( $2R_2+F+r_2$ )	$B$	7,588	0,019	24	31,6	2
Hajó falvastagsága ( $R_1-R_2$ )	$F$	1,266	0,005	4	31,6	2
Szentély falvastagsága ( $r_1-r_2$ )	$f$	0,647	0,014	2	32,4	1
Lizénák szélessége (12 db)		0,155	0,002	0,5	31,0	1
Lizénák távolsága (10)		1,267	0,003	4	31,7	1
Lizénák vastagsága (2×12)		0,101	0,004	0,3125	32,3	1
Oszlopok szélessége (5 db)		0,314	0,002	1	31,4	1

## V.A FEHÉRVÁRI SZENT ANNA-KÁPOLNA MÉRETEI KIRÁLYI LÁBBAN

Székesfehérvár egyetlen, a középkorból épségben fennmaradt épülete a Szent Anna kápolna (10. ábra). Mátyás király uralkodása idején építették, átvészelte a török kort, amikor dzsáminak, müezzin iskolának használták (ezt a időszakot belsejében két török falfestmény idézi). Az egyhajós kápolna szentélye a nyolcszög három oldalával határolt, északi fala a városháza tömbjéhez simul, déli falán három csúcsíves ablak van. Belsejében az északi oldalon is, és a déli oldalon is 5-5 faloszlop található, amelyek alaprajzilag szabályos nyolcszög alakúak, de félig a falba építve (11. ábra). Ezek az oszlopok keltették fel érdeklődésünket, s adták végül is a megoldás kulcsát, amelynek folyamatát itt nincs hely részletezni, csak a végeredményt bemutatni.

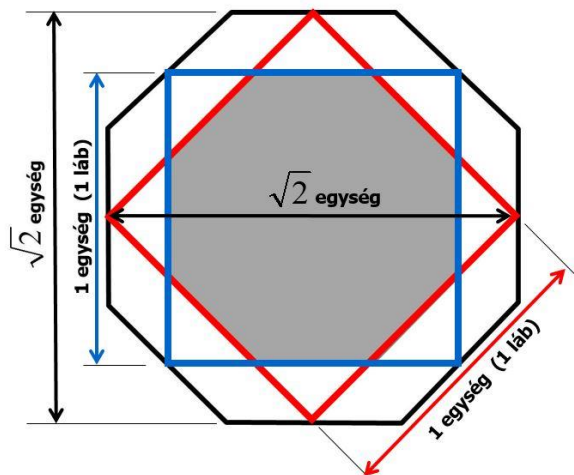


10. ábra. A Szent Anna kápolna ma, és a lézerszkenneres felmérés meghatározási vázlata

A féloszlopok alsó része is és felső része is szabályos nyolcszög fele (11. ábra). Arra jutottunk, hogy a felső nyolcszög egy olyan négyzetbe foglalható be, amelynek az oldala kerekén 1 királyi láb (12. ábra).



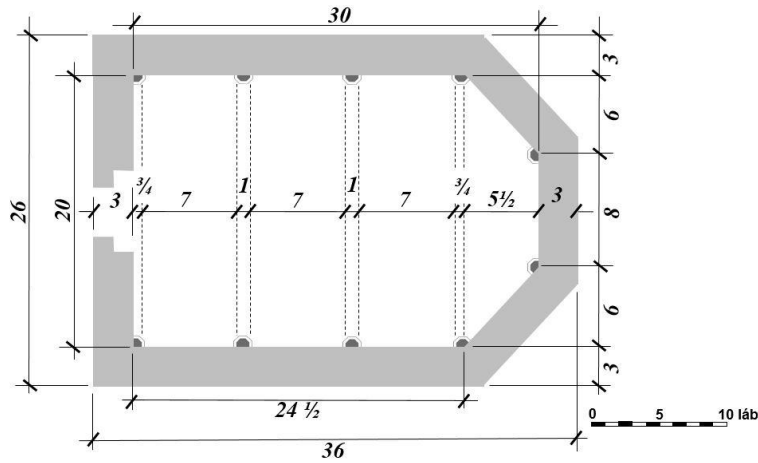
11. ábra. A kápolna 5-5 oszlopának lábazata az északi és a déli oldalon



12. ábra. Az oszlopalap geometriai szerkesztése 1 láb oldalhosszúságú négyzetből kiindulva

A lézerszkenneres felmérésből származó összes méretet alaposan elemeztük és próbáltuk azokat kerek láb egységnek megfeleltetni. Ide tartoznak az oszlopok oldalhosszai, az oszlopokat befoglaló négyzetek oldalméretei, az oszlopközök hossza, a kápolna külső és belső szélessége és hossza, a falvastagság. Megszerkesztettük (rekonstruáltuk) az alaprajzot előbb méter-rendszerben, majd királyi lábban is (13. ábra).

Végül 21 átlag-méret súlyozott átlagaként ebben az esetben is „visszaszámítottuk” a királyi láb hosszát metrikus egységben, amire 31,84 centiméteres értéket kaptunk (szórásra pedig 0,3 cm-t).



13. ábra. A fehérvári Szent Anna kápolna alaprajza királyi láb mértékegységben

## VI.A KIRÁLYI ÖL REKONSTRUKCIÓJA

Összesen 8 templomot mértünk fel szabatos geodéziai módszerekkel, közülük 7 volt eredményes (a pápoci templom nem felelt meg a II. fejezetben vázolt követelményeknek). A 7 templom megfeleltetési táblázatai alapján készült el az összefoglaló 6. táblázat. Ennek alapján, számtani középként a királyi öl metrikus hossza 3,186 méter. A királyi láb így 31,9 cm-nek, az arasz pedig 19,5 cm-nek felel meg. Az 1. táblázat váltószámai ismeretében a többi középkori magyar hosszegység metrikus értéke is megadható. A felmérés, elemzés természetesen folytatható, a 6. táblázat kiegészíthető és a királyi öl hossza tovább pontosítható.

A területi mértékeket tekintve, fentiek alapján az 1 királyi hold (12×72 királyi öl) nagyságú terület 8770 m<sup>2</sup>-nek felel meg, az 1 ekealja (150 királyi hold) pedig 131,55 hektárnak.

6. táblázat. A királyi öl metrikus hossza 7 templom felméréséből

középkori épület	arasz	láb	szórás	öl
Szent Anna-kápolna		31,84	0,3	3,184
Kallódsdi körtemplom		31,75	0,5	3,175
Bagodi körtemplom		31,96	0,3	3,196
Jáki négykaréjos kápolna	20,03		0,1	3,205
Tarnaszentmária temploma		31,70	0,5	3,170
Bényi rotunda	19,90		0,1	3,184
Nagytotlaki körtemplom	19,93		0,2	3,189

## VII.AZ ÉPÜLET-VIZSGÁLATOK ÉRTELMÉRŐL

Vizsgálatainkat fontosnak gondoljuk múltunk jobb megismerése szempontjából s ebbe beletartozik a műszaki múlt ismerete is. Az eredmények azt valószínűsítik, hogy a magyar hosszetalon századokon át használatban volt, akik pedig az építési munkálatoknál használták azt, hozzáértő, precíz szakemberek voltak. A hosszetalon megléte, hosszú időn át történő egységes használata egy erős középkori magyar közigazgatás közvetett bizonyítéka is.

A mérés tudománya, a metrológia szempontjából fontos annak tudatosítása, hogy a többi európai állammal egyidőben, a középkori Magyarországon is rendelkezett hosszetalonnal.

Az építészettörténet szempontjából hasznos lehet, ha az egykori épületek méreteit a korabeli hosszegységben próbáljuk meg kifejezni, mert akkor többet tudhatunk meg keletkezésük körülményeiről.

A székesfehérvári polgárok számára a helyi identitás szempontjából is lehet szerepe e cikkben felsorolt épület-vizsgálatoknak. A királyi öl etalonját ugyanis Székesfehérváron őrizték, erre okleveles bizonyíték van. Javaslatot tettünk arra, hogy a királyi öl emléke a fehérvári városháza udvari kapubejárójában, az egyes mértékek fizikai megjelenítésével és emléktáblával megörökítésre kerüljön.

## **SZAKIRODALOM**

Bogdán István (1978): Magyarországi hossz- és földmértékek a XVI. század végéig. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1978.

Busics Gy, Tóth S. (2020): A királyi öl hossza. Rekonstruálható-e az egykori hossz mértékegység? Magyarságkutató Intézet, Budapest, 2020.  
<https://mek.oszk.hu/21500/21587/>

Szilágyi A. (2008): A Kárpát-medence Árpád-kori rotundái és centrális templomai. Semmelweis Kiadó, Budapest, 2008.



# MI A PONTFELHŐ, MIRE HASZNÁLHATÓ?

Nagy Gábor, adjunktus

Óbudai Egyetem, Alba Regia Műszaki Kar (OE-AMK, Székesfehérvár)

nagy.gabor@amk.uni-obuda.hu

*Abstract*—A geodéziai gyakorlatban egyre fontosabb szerepet töltenek be a lézerszkenneres felmérés különféle formái, a földi, mobil és légi lézerszkennerek. A lézerszkennerek terjedésével párhuzamosan nő az általuk előállított pontfelhők feldolgozásának a jelentősége. Ebben a cikkben szeretném röviden bemutatni a témát és a hozzá kapcsolódó legfontosabb dolgokat.

## I. A GEODÉZIAI FELMÉRÉSI TECHNOLÓGIÁK FEJLŐDÉSE

A geodézia egyik legfontosabb feladata már kezdetek óta az, hogy a Föld felszínének közelében elhelyezkedő természetes és mesterséges objektumokat (azok alakjelző pontjait) meghatározza és térképezze. Az eszközök, amelyeket erre a feladatra használunk természetesen folyamatosan fejlődnek, így egyre korszerűbb műszerek állnak a földmérők rendelkezésére.

Olyan műszereket, amelyekkel pontos szögmérés végezhető, már nagyon régóta készítenek. Ezek a teodolitok, amelyek kezdetben kizárólag optikai és finommechanikai alkatrészekből épültek fel, és lehetővé teszik a távcsővel megirányzott jelek között az akár szögmásodperces pontosságú mérést is, a távolság meghatározására viszont nem alkalmasak.



1. ábra. Különböző teodolitok és mérőállomások

Komoly fejlődést jelentett a fénytáv mérők megjelenése, amelyek már képesek voltak az irányzott ponton elhelyezett visszaverő eszközről (amit a geodéziában prizmának neveznek) visszaérkező jel alapján a távolság meghatározására. A fényvisszaverő eszközre azért van szükség, hogy a távmérőbe megfelelő mennyiségű fény jusson vissza. A prizma három egymásra merőleges tükröző felületet tartalmaz, ezért saroktükörnek is nevezik. Az egy üvegtömbből csiszolt prizmák mellett hasonló elven működő, felületükön sok kicsi saroktükörszerű egységet tartalmazó fényvisszaverő fóliákat is lehet akár használni.

A távmérők a kétutas távmérés elvén működnek, a fény a mérendő távolságot kétszer (oda, majd vissza) járja be. A műszer a (megértés szempontjából) egyszerűbb esetben a távolság kétszeresének megtételéhez szükséges idő megméréssel határozza meg a távolságot, de elterjedtek a fázismérés elvén működő megoldások is.

Amikor a távmérők egybeépültek a szögmérést már elektronikusan megoldó teodolitokkal, létrejöttek a mérőállomások, amelyek a vízszintes és a magassági szög, valamint a távolság együttes mérésével már a megirányzott pontok térbeli helyzetének egyidejű és pontos meghatározását tudták biztosítani. A terepi munkához kapcsolódóan szükséges számításokat és a felmérés során nyert adatok tárolását a mérőállomás beépített számítógépe végzi.

A terepi felmérés során a távméréshez szükséges prizrát el kell valahogyan juttatni a meghatározandó ponthoz, ami különösen akkor előnytelen, ha ez a pont nehezen megközelíthető. Erre a problémára jelenthetnek megoldást azok a lézeres távmérők, amelyek a tárgyat pontszerűen megvilágító lézerefénynek a szórt visszaverődés után a műszerbe visszatérő részét használva is meg tudják határozni a távolságot.

Időközben megjelentek olyan mérőállomások is, amelyek további eszközöket is tartalmaztak, például GNSS vevőt, vagy olyan szervomotorokat, amelyek segítségével a mérőállomást vezérlő számítógép már emberi közreműködés nélkül tudja a távcövet (és a vele tipikusan egybeépített távmérőt) a kívánt irányba fordítani.

## II. A LÉZERSZKENNEREK

A lézerszkennerek működésének alapelve az, hogy az előzőekben bemutatott lézeres (prizrát vagy más visszaverő eszközt nem igénylő) távmérést automatikusan végzik nagyon nagy mennyiségben, különféle térbeli irányokban. A másodpercenként végzett mérések száma akár az egymilliót is elérheti.

A lézersugár irányítása többféle módon történhet tükrök vagy az egész távmérő eszköz forgatásával. A műszerből kilépő lézersugár irányát természetesen minden esetben pontosan meg kell tudni határozni, hiszen a mért távolság mellett erre is szükség lesz a pont térbeli helyzetének meghatározásához.

A Geoinformatikai Intézet egy Leica ScanStation C10 lézerszkennelvel rendelkezik, amelyik egy a mérőállomásokéhoz nagyon hasonló állótengely körül tud elfordulni, a fekvőtengely helyén pedig egy forgó tükör gondoskodik a lézersugár magassági értelmű irányításáról. A forgó tükörrendszer másik oldalán egy kamera található, aminek majd a pontfelhő kiszínezésében lesz szerepe. Ez a műszer a földi lézerszkennerek csoportjába tartozik, a mérések során mozdulatlanul, egy műszerállványon helyezkedik el, így az egy álláspontban végzett mérések koordinátarendszere egyetlen egybevágósági transzformációval kapcsolódhat a méréseink során alkalmazott geodéziai koordinátarendszerhez.



2. ábra. Különböző földi lézerszkennerek

A mérések során a terepen olyan jeleket szokás elhelyezni, amelyek a létrejövő pontfelhőben is pontosan azonosíthatók lesznek. Ezeknek a jeleknek, mint közös pontoknak a segítségével kapcsolhatjuk össze egy álláspont koordinátarendszerét a többi álláspontéval vagy bármilyen olyan rendszerrel, amelyben ismerjük a jelek koordinátáit.

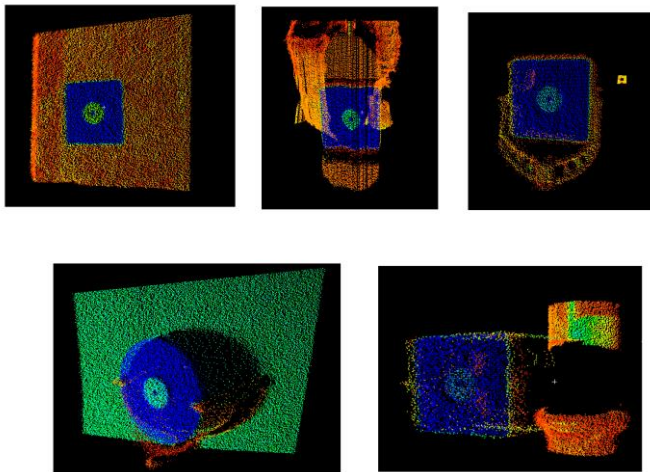
Jelnek sokféle eszköz használható. A C10-hez alapértelmezetten kék alapon fehér köröket tartalmazó 3 vagy 6 inch (7.62 vagy 15.24 cm) méretű tárcsákat vagy ugyanilyen megjelenésű matricákat lehet használni. A tárcsák két tengely körül (melyek a jelek az ezáltal helyben maradó középpontjában metszik egymást) tetszőleges irányba forgathatók, hogy a

mérés során közel merőlegesek lehessenek az irányvonalra. (A matricákkal ezt értelemszerűen nem lehet megtenni.)



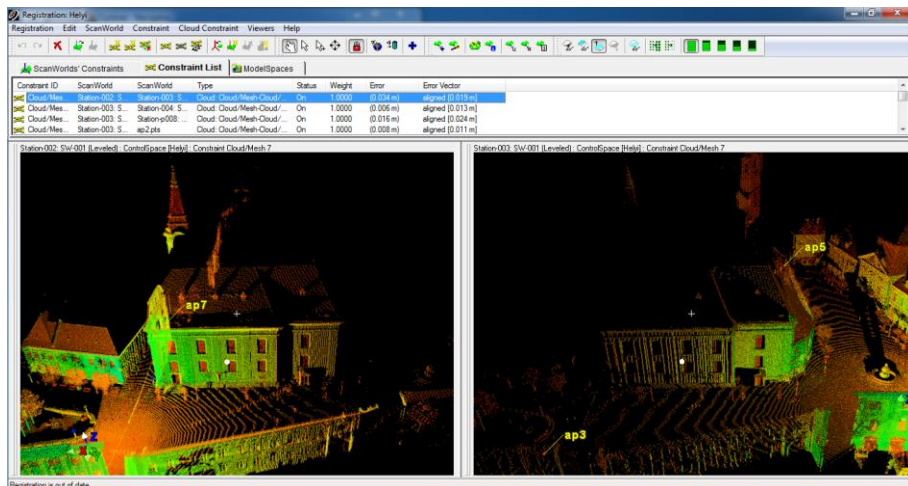
**3. ábra. Különböző pontjelek földi lézerek méréséhez**

Lehet még jelnek használni fekete-fehér négyzeteket is, amelyeket akár nyomtatással is elő lehet olcsón állítani, vagy a felméréndő objektumra lehet festeni. Egyes műszerek gömb alakú jeleket használnak, amelyeknek az előnye az, hogy minden irányból egyformán jól mérhetőek átforgatás nélkül.



**4. ábra. Jelek a pontfelhőben**

A jelek akár automatikusan is kiválogathatók a felmért pontfelhőből, a program még a különböző álláspontokban végzett mérések összeillesztését is elvégezheti magától, kirakószerűen megtalálva a közös részeket. A C10 egy külön fázisban, részletesebben is beszkeneli a jeleket, amihez sorban meg kell mutatni őket a beépített kamerán keresztül, és azonosítókat is rendelni kell hozzájuk. Ez a mérés idejét jelentősen megnöveli, de pontosabbá és megbízhatóbbá teszi a végeredményt.



5. ábra. Pontfelhők illesztése a közös részek alapján

A szomszédos álláspontokban végzett mérések összekapcsolása történhet a pontfelhők átfedő részeinek illesztése alapján is. Ezzel a megoldással a terepi munka csökken ugyan, de az irodai feldolgozás időigénye nő, és az eljárás pontossága is elmarad a jelek alapján történő összekapcsolásától.



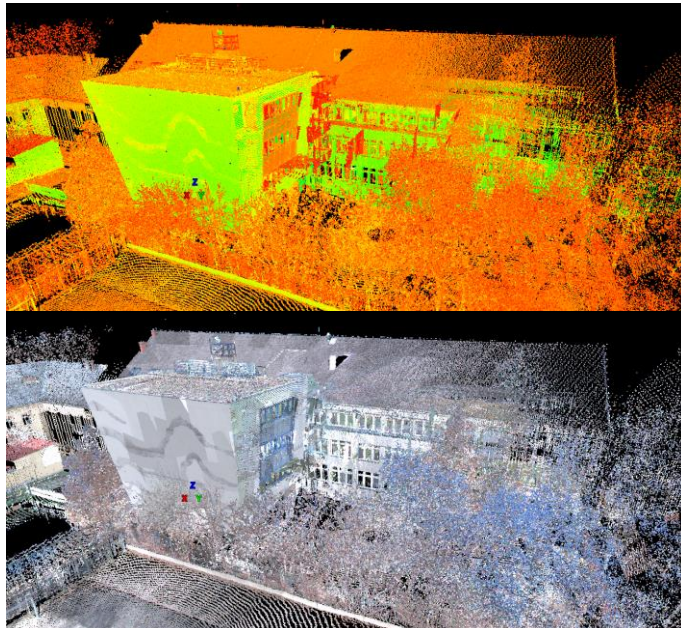
6. ábra. Mobil és légi lézershennerek

Vannak olyan lézerszkenneres felmérési technológiák is, amikor a műszer nem mozdulatlan a mérések során, hanem valamilyen járműre rögzítve mozog. Ha ez a jármű a felszínen mozog (közúti, vasúti vagy vízi jármű, vagy akár egy gyalogos) akkor mobil-, ha repül (repülőgép, drón) akkor pedig légi lézerszkennelésről beszélünk. Minden ilyen mérés feldolgozásának az alapelve az, hogy a jármű folyamatos mozgásának és forgásának következtében a műszer által kijelölt koordináta-rendszer (amiben a méréseket közvetlenül megkapjuk) és a kívánt geodéziai koordináta-rendszer közötti kapcsolatot meghatározó transzformáció (annak paraméterei) az idő függvénye. Ennek az időben változó transzformációnak a folyamatos meghatározásához a mozgó eszközökön GNSS vevőket és inerciális navigációs berendezéseket helyeznek el.

### III. A PONTFELHŐK

A lézerszkenneres mérések során nagyon nagy mennyiségű pont keletkezik, amelyeknek összességét pontfelhőnek nevezzük. A hagyományos geodéziai felméréssel szemben, amikor minden felmért pont valamilyen meghatározott objektum egy meghatározott alakjelző pontja, a pontfelhő egy pontjáról csak annyit lehet elmondani, hogy van az adott helyen valami, amiről visszaverődött a lézerfény. Bár egyetlen pontja önmagában ezáltal nem jelent érdemi információt, a pontfelhő összességében a felmért terepnek egy nagyon részletes reprezentációját biztosítja, amin akár méréseket is végezhetünk (hiszen georeferált, pontjai megbízható és pontos koordinátákkal rendelkeznek), vagy különféle feldolgozási műveletek kiindulási alapjául szolgálhat.

A pontfelhő egy pontjához a térbeli helyzetét leíró három koordinátán (XYZ) túl néhány további adat is kapcsolódhat. A mérések során a műszer rögzíti az eszközbe visszatérő jel erősségét is, amit általában intenzitásnak neveznek. Az intenzitás sokféle (jellemzően műszerfüggő) skálán megadható értéke függ a távolságtól és attól is, hogy a lézer hullámhosszán a felület mennyi fényt ver vissza. Az intenzitás (I) értékétől függő skálán színezve a pontokat a pontfelhő sokkal jobban felismerhető képet mutat, mintha a pontokat egyetlen színnel jelenítenénk meg.

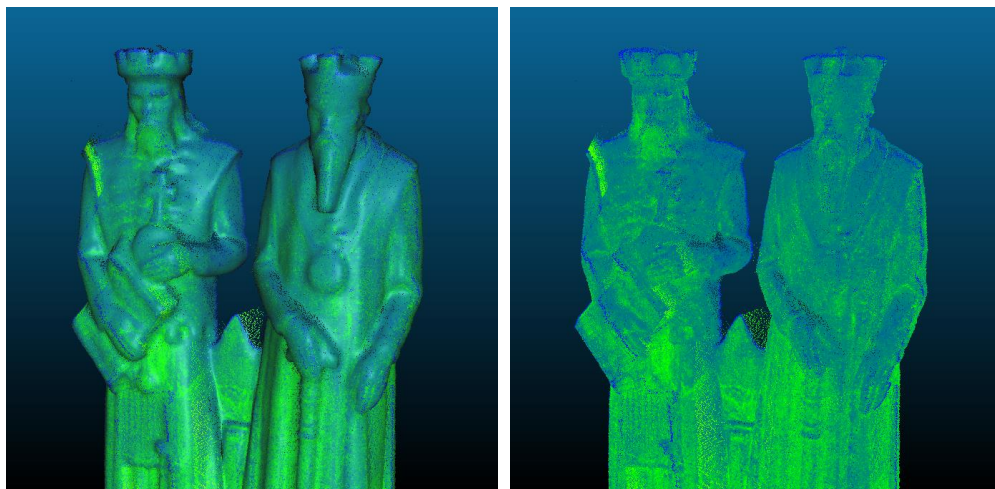


7. ábra. Pontfelhő intenzitásérték alapján színezve és színhelyesen

A pontfelhőket sok esetben színhelyesen is meg lehet jeleníteni, amihez pontonként tárolni kell a színt leíró adatokat (RGB). A pont színének meghatározása a felmérés során készített fényképek felhasználásával történik.

Sok művelethez szükséges ismerni a ponthoz tartozó normálvektor irányát. Ez kissé furcsán hangzik, mert geometriai ismereteink alapján egy pontra nem lehet merőlegest állítani, de a feldolgozóprogramok ezt megoldják a pont környezetére (a pontra és a szomszédos pontokra) illesztett sík segítségével. Az így számított merőleges irány a későbbiekben már az egyes pontokhoz rendelt adatként lesz elérhető.

A normálisok sokféle feldolgozó műveleten túl a pontfelhő megjelenítésekor is jól használhatóak. A program ilyenkor a normálvektort és egy elképzelt fényforrás irányát is figyelembe véve számítja ki a pont megjelenítéséhez használt színt, ugyanazzal az árnyalási egyenlettel dolgozva, amit a felületek árnyalt megjelenítéséhez is használnak.



**8. ábra. Pontfelhő árnyalással megjelenítve és árnyalás nélkül**

A pontfelhők hatékony megjelenítésére egy CAD vagy térinformatikai programban külön pontfelhő objektumtípusra van szükség. Bár elképzelhető olyan megoldás is, hogy a pontfelhő egyes pontjait külön-külön pont objektumként kezeljük, ez hatékonyságban ahhoz hasonlítható, mintha egy ortofotót próbálnánk meg úgy megjeleníteni, hogy minden pixeljét egy-egy négyzet alakú poligonként határoznánk meg.

Meg kell említeni, hogy pontfelhőt nem csak lézerszkenneres mérésekkel tudunk előállítani. Képpárok fotogrammetriai feldolgozása során is elő lehet állítani a felvételpár illeszkedő részei alapján meghatározott helyzetű és színű pontokat. Vannak programok, amelyeknek csak az egy területről készült akár több száz felvételt kell megadni, és a továbbiakat (átfedő felvételpárok megkeresése, az illeszkedő részek kiértékelése) már automatikusan elvégzik egy pontfelhőt adva eredményül.

Külön érdemes megemlíteni azokat az eszközöket, amelyek a fotogrammetriai eljáráshoz hasonló feldolgozást végeznek a bennük elhelyezett kamerák képei alapján, megadott időközönként előállítva egy-egy pontfelhőt. Ezeket a megoldásokat (mint pl. a Kinect) játékprogramok beviteli felületének fejlesztették, de akad példa másféle alkalmazásaikra is.

#### IV. A PONTFELHŐK FELDOLGOZÁSA

Amikor egy földmérő a terepen dolgozik, a felméréndő objektumok modellezését is elvégzi, hiszen a klasszikus geodéziai felmérés esetén meg kell határozni a felméréndő objektumokat és ki kell választani a szükséges alakjelző pontjaikat, például egy épület sarokpontjait. A lézerszkenneres mérések során ez az absztrakció elmarad, a modellezést később, a



pontfelhő feldolgozása során kell elvégezni, hasonlóan a fotogrammetriai munkákhoz.

Ennek a megoldásnak az előnye az, hogy amennyiben a terepi mérést gyorsan el tudjuk végezni, a feldolgozás már az időjárástól és egyéb terepi körülményektől függetlenül, irodai munkaként oldhatjuk meg. További előny, hogy a pontfelhő később akár más szempontok alapján is feldolgozható.

A feldolgozás a legegyszerűbb (egyben legköltségesebb és leglassabb) esetben teljesen manuálisan történik. A feldolgozást végző személy ilyenkor a pontfelhő térbeli képében jelöli ki a létrehozandó objektumok szükséges alakjelző pontjait, lényegében annak megfelelően, mintha a mérést a terepen végezné. A kiértékelő munkáját megkönnyíthetik a megfelelő megjelenítéssel (például metszetek) vagy illesztési funkciókkal (sík vagy felület illesztése a pontfelhő egy kiválasztott részéhez).

A munka gyorsítása és a költségek csökkentése érdekében a pontfelhők feldolgozását különböző mértékben automatizálni lehet. Különböző módszereket dolgoztak ki a terepfelszín (zavaró objektumoktól mentes) modelljének előállítására vagy meghatározott objektumok (például fák, épületek) felismerésére és kiértékelésére.

A legfejlettebb rendszerek teljesen automatikusan képesek nagyobb területek pontfelhőiből (és egyéb adatokból) térképszerű eredmény előállítására. Ezeknél a megoldásoknál már korszerű gépi tanulási algoritmusok alkalmazására van szükség.

## V. A PONTFELHŐK A JÖVŐBEN

A pontfelhők a jövőben várhatóan sokkal elterjedtebbek lesznek a geodéziai gyakorlatban. Ehhez mindenféleképpen szükség van arra, hogy a technológia olcsóbbá váljon mind a műszerek, mind pedig a feldolgozóprogramok szempontjából. A szoftverek tekintetében már szerencsére ingyenesen használható, nyílt forráskódú megoldások is akadnak; és a műszerek esetében is megfigyelhető, hogy a gyártók olcsóbb árkatóriájú (és ezzel együtt sokszor egyszerűbben is használható) eszközöket is kínálni kezdtek, melyekkel már nem is csak csupán a földmérőket célozzák meg.

A technológia terjedésének fontos tényezője még, hogy a megbízók igényeljék az ilyen adatokat, annak alkalmazása beépüljön a mindennapos szakmai munkájukba. Itt fontos még az is, hogy a pontfelhők kezelését a mérnöki gyakorlatban használt különféle CAD programok megfelelően támogassák, de ebből a szempontból is kedvezőek a tapasztalatok.

A technológia elterjedésének egy formája lehet az alapadat jelleggel (tehát nem például valamilyen beruházáshoz kapcsolódóan) egy nagyobb város vagy akár az egész ország területére elkészülő pontfelhő. Ilyenre több helyen láthatunk példát, több országban is van alapadatszerűen elérhető pontfelhő, van ahol ráadásul ez ingyenes is, mint például Szlovéniában. Hazai példaként a BKK Karesz (Közúti Adatgyűjtő RENDSZER) projektjét lehet említeni, amelynek keretében főként mobil lézerszkenneres technológiát használva mérték fel Budapest közlekedési hálózatát.

A lézerszkenneres felmérés és a pontfelhők egyre alapvetőbb, széleskörűen használt eszközök lesznek, melyek így már nem csupán a földmérők számára fontosak, hanem minden más téradattal dolgozó szakember számára is.

## **SZAKIRODALOM**

Lovas Tamás, Berényi Attila, Barsi Árpád: Lézerszkennelés, TERC Kiadó, Budapest, 2012

Jie Shan, Charles K. Toth: Topographic Laser Ranging and Scanning, CRC Press, 2018, ISBN 978 1 4987 7227 3

# PÁRKERESÉSI PROBLÉMÁK, AVAGY A PÁRBAÁLLÍTÁS MÓDSZERÉNEK ALKALMAZÁSA MATEMATIKAI PROBLÉMÁKBAN

Dr. Borbély József, egy. adjunktus  
Óbudai Egyetem, Alba Regia Műszaki Kar (OE-AMK, Székesfehérvár)  
[borbely.jozsef@uni-obuda.hu](mailto:borbely.jozsef@uni-obuda.hu)

*Abstract*—A matematikában bizonyos problémák megoldásakor hasznosnak bizonyul, ha párokba rendezzük az elemeket. Ennek az elvnek az alkalmazására fogunk példákat látni.

## I. GAUSS ÉS AZ ELSŐ SZÁZ SZÁM ÖSSZEGE



1. ábra Carl Friedrich Gauss (1777-1855)

Gauss azt a feladatot kapta tanárától, hogy adja össze az első 100 db pozitív egész számot. Gauss a párbaállítás ötletét használta: az 1 párja legyen a 100, a 2 párja a 99, stb. Általánosan a  $k$  szám párja legyen  $(101-k)$ , ahol  $1 \leq k \leq 50$  egész szám. Ezáltal létrehozunk 50 db számpárt, melyek mindegyikében az összeg 101-gyel egyenlő. Így a számok összege 1-től 100-ig egyenlő  $50 \cdot 101$ -gyel, azaz 5050-nel.

## II. AZ ELSŐ SZÁZ SZÁM SZORZATÁRÓL

Az első 100 db pozitív egész szám szorzatát meghatározni körülményes lenne (hiszen tízes számrendszerben leírva sok számjegyből áll), de pl. a 101-gyel való osztási maradéka kényelmesen meghatározható a párbaállítás ötletét használva.

Arra fogunk törekedni, hogy az első 100 db számot úgy osszuk be párokba, hogy az egyes párokban szereplő számok szorzata 101-gyel osztva pontosan 1 maradékot adjon. Legyen  $k$  az  $1, 2, \dots, 100$  számok egyike. Tekintsük az  $1 \cdot k, 2 \cdot k, \dots, 100 \cdot k$  számokat, és nézzük meg, hogy milyen maradékot adhatnak ezek 101-gyel osztva. Két ilyen különböző szám különbségének abszolútértéke  $s \cdot k$  alakú, ahol  $s$  értéke  $1, 2, \dots, 100$  lehet. Mivel 101 prímszám, ebből következik, hogy ezen különbségek egyike sem többszöröse a 101-nek. Továbbá az is nyilvánvaló, hogy az  $1 \cdot k, 2 \cdot k, \dots, 100 \cdot k$  számok egyike sem többszöröse 101-nek. Ebből pedig következik, hogy ezek a számok valamilyen sorrendben  $1, 2, \dots, 100$  maradékot adnak 101-gyel osztva, tehát az 1 is előfordul a maradékok között. A  $k$  számnak tehát legyen az az  $1 \leq s \leq 100$  szám a párja, amelyre az teljesül, hogy a  $k \cdot s$  szám 101-gyel való osztási maradéka 1-gyel egyenlő. Csak egy probléma lehet: előfordulhat, hogy bizonyos  $k$  számok párja önmaga lesz. Nézzük meg, hogy melyek ezek a számok. Ezekre az teljesül, hogy  $k^2$ -nek a 101-gyel való osztási maradéka 1, azaz  $k^2 - 1$  osztható 101-gyel. Szorzattá alakítva  $(k - 1)(k + 1)$  osztható 101-gyel, azaz az ilyen viselkedésű  $k$  számok vagy 1, vagy 100 maradékot adnak 101-gyel osztva. Tehát az 1-en és a 101-en kívül mindenki tőle különböző párt fog választani, azaz 1-től 100-ig összeszorozva a számokat, az eredmény 101-es maradéka  $1 \cdot 100 \cdot 1^{49}$ , azaz 100 lesz.

**Megjegyzés:** Wilson tétele szerint bármely  $p$  prímszámra  $(p-1)!$  a  $p$ -vel osztva  $(p-1)$  maradékot ad. Ez ugyanúgy bizonyítható általánosan, ahogy az imént  $p=101$ -re megcsináltuk.



2. ábra John Wilson (1741.1793)

### III. VÁRHATÓAN MENNYI A KIHÚZOTT LOTTÓSZÁMOK ÖSSZEGE?



Ezt úgy számolhatjuk ki, hogy tekintjük az összes lehetséges húzásban előforduló öt szám összegének átlagát. A problémát az okozza, hogy nagyon sokféle húzás lehetséges (egészen pontosan 43 949 268). Ennyi értéket átlagolni reménytelennek tűnik.

Itt is a párbaállítás módszere lesz a segítségünkre. Egy  $\{a,b,c,d,e\}$  számötösnek a párja legyen  $\{91-a, 91-b, 91-c, 91-d, 91-e\}$ . Ez egy „legális”

párbaállítás, mivel ha az a,b,c,d,e számok mindegyike a lottószámok közül való, akkor ugyanez igaz a 91-a, 91-b, 91-c, 91-d, 91-e számokra is.

Egy számötösben és a párjában előforduló tíz szám összege  $5 \cdot 91 = 455$ .

De honnan tudhatjuk, hogy semelyik számötösnek sem lett önmaga a párja? Onnan, hogy a szereplő tíz szám összege páratlan, ezért a két számötös nem eshetett pontosan egybe. Vagyis az előforduló ötösök összege 455 megszorozva a lehetséges húzások számának felével. Átlagoláskor ezt kell osztanunk a lehetséges húzások számával, így az eredmény 455 fele, azaz

$$\frac{5 \cdot 91}{2} \text{ lesz.}$$

**Megjegyzés:** konkrétan nem kellett kihasználni, hogy lehetséges húzások száma mennyi.

#### IV. LÓ A SAKKTÁBLÁN

Az orosz „Tournament of the Towns” versenyen szerepelt 1987-ben az alábbi feladat:

**Feladat:** A és B egy sakktáblán játszik a következő szabályok szerint. A először letesz valamelyik mezőre egy lovat, amivel lólépésben felváltva lépnek. Olyan mezőre nem szabad lépni, ahol járt már a ló. Az veszít, aki már nem tud lépni a lóval. Melyik játékos tudja megnyerni a játékot?



**Megoldás:** A játékot a másodikként lépő játékos, azaz B nyerheti meg. Gondolatban párokba állítja a sakktábla mezőit egy olyan elv szerint, hogy az egyes párokba tartozó mezők egymásból lólépésben elérhetők legyenek (egy ilyen párbaállítást láthatunk lentebb). Ha A rálép egy mezőre a lóval, akkor B lépjen annak a mezőnek a párjára. Így B mindenképpen megnyeri a játékot, mert legkésőbb a harminckettedik mezőpár bejárása után A már nem fog tudni lépni.

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16

2	1	4	3	6	5	8	7
10	9	12	11	14	13	16	15

17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32

18	17	20	19	22	21	24	23
26	25	28	27	30	29	32	31

## V. KIRÁNDULÁS EGY SZIGETCSOPORTON

Szintén a „Tournament of the Towns” versenyen szerepelt az előző probléma nehezebb „testvére”, ami az alábbi módon volt kitűzve 2009-ben:

**Feladat:** A és B elhatározza, hogy egy 2009 szigetből álló szigetcsoporton szerveznek kirándulást. Bizonyos szigetek között járnak hajók (mindkét irányban), de lehetnek olyan szigetek is, melyek között egyáltalán nincsen hajóközlekedés. A eldönti, hogy melyik szigetre menjenek először (ide repülővel mennek). Majd B választ egy szigetet, ahová továbbmennek hajóval. Ezek után felváltva választanak egy-egy szigetet, ahová hajóval utaznak tovább. Az a szabály, hogy minden szigetet legfeljebb egyszer látogathatnak meg. Aki nem tud már a szabályoknak

megfelelően egy következő szigetet kijelölni, az kénytelen a másiknak 1000 dollárt fizetni. Kinek kedvez ez a játék?



**Megoldás:** Megmutatjuk, hogy amennyiben A ügyesen választja meg az első szigetet, akkor megnyerheti a játékot. Először alakítsunk ki úgy diszjunkt (tehát közös szigetet nem tartalmazó) szigetpárokat, hogy egy adott páron belüli szigetek között legyen hajóösszeköttetés. Legyen  $m$  az így választható szigetpárok maximális száma. Legyenek mondjuk  $(S_1, T_1)$ ,  $(S_2, T_2)$ , ...,  $(S_m, T_m)$  olyan diszjunkt szigetpárosok, hogy  $S_i$  és  $T_i$  között van hajóközlekedés. Vegyük észre, hogy mindenképpen van olyan sziget, ami ezen párok egyikében sem szerepel, hiszen összesen páratlan sok (2009 db) sziget van. Legyen  $S$  egy olyan sziget, ami egyik fenti szigetpárnak sem eleme.

Válassza ki A kezdésként ezt az  $S$  szigetet. Ha innen nem indul hajó, akkor már nyert is. Ha indul  $S$ -ből hajó, akkor az csakis az  $S_i$  és  $T_j$  szigetek közül valamelyikekre szállíthat utasokat, hiszen  $m$ -et maximálisnak választottuk. Így B a következő lépésben csak ezen  $2m$  darab sziget valamelyikét választhatja. Ezt követően válassza ki A az előzőleg B által választott sziget párját (a fenti párbaállítás szerint). Megmutatjuk, hogy B nem tud olyan szigetet választani, ami nem az  $S_i$  és  $T_j$  szigetek közül való. Tegyük fel ugyanis, hogy valamelyik lépésben egy olyan szigetet tud választani, ami nem ezek közül való. Ekkor tekintsük az A és B által bejárt eddigi utat. Itt felváltva vannak olyan szigetek közötti hajóutak, amik „nem párba tartozó”, ill. „párba tartozó” szigetpárokat kötnek össze. Ráadásul azon szigetek közötti hajóutak száma, amik „nem párba tartozó” szigeteket kapcsolnak össze, eggyel több azok számánál, amik „párba tartozó”



szigetpárokat kötnek össze. Ha kicseréljük az érintett „párba tartozó” szigetpárokat a felsorolt „nem párba tartozó” szigetpárokkal, akkor  $m$ -nél több diszjunkt szigetpárt találunk, melyek közt van hajóközlekedés. Ez ellentmond  $m$  maximalitásának, azaz  $A$  végig tudja alkalmazni a leírt stratégiáját.

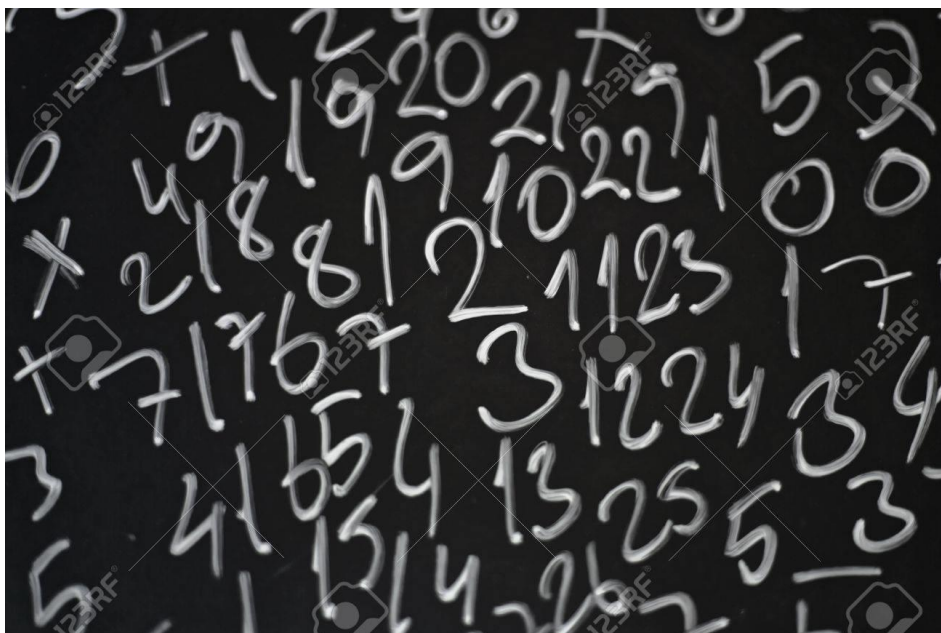
**Megjegyzés:** a sakktáblás és a szigetcsoportos probléma szorosan összefügg. Ha általánosan egy egyszerű, véges gráfon tekintjük a megfelelő bejárési játékot (az első játékos kiválasztja a kiinduló csúcsot, majd felváltva léphetnek az éleken, minden csúcsra legfeljebb egyszer léphetnek, és végül az veszít, aki már nem tud lépni), akkor az első játékos pontosan azokban az esetekben tud nyerni, amikor nincsen a gráfban teljes párosítás.

A szigetes feladatban alkalmazott módszert (egy út kicserélése az ott látott módon egy hosszabbra) magyar módszernek nevezik.

## VI. SZÁMOK A TÁBLÁN

A 2014-es OKTV-döntőn szerepelt az alábbi feladat:

**Feladat:** Az  $1, 2, \dots, 2014$  számok közül Aladár és Boglárka felváltva törölnek le egy számot (Aladár kezd), amíg csak két szám marad. Ha a megmaradó két szám összege négyzetszám, akkor Boglárka nyer, egyébként Aladár. Kinek van nyerő stratégiája?



**Megoldás:** Tetszőleges  $k$  pozitív egészre az,  $1, 2, \dots, 8k$  számok diszjunkt párokba rendezhetők úgy, hogy adott páron belül az összeg négyzetszám. Ezt  $k$ -ra vonatkozó teljes indukcióval bizonyítjuk.

Az állítás  $k=1$ -re igaz, tegyük fel, hogy igaz  $k < n$ -re. Kis számolással belátható, hogy  $8n$  és a kétszerese közé esik páratlan négyzetszám. Ennek nyolcas maradéka biztosan 1. Legyen egy ilyen négyzetszám  $8n+8t+1$ . Ekkor állítsuk párba a  $8t+1, 8t+2, \dots, 8n$  számokat úgy, hogy minden párban az összeg  $8n+8t+1$  legyen.

Mivel  $t < n$ , ezért az indukciós feltevést felhasználva az  $1, 2, \dots, 8t$  számok is párokba rendezhetők a kívánt módon.

A fentiekből következik, hogy Boglárka nyerheti a játékot, hiszen a 20142014 szám a 8-nak többszöröse. Így Boglárkának elég egy ilyen párbaállítás csinálnia, és Aladár minden lépésére úgy érdemes válaszolnia, hogy az Aladár által választott szám párját törli le.

**Megoldatlan problémák:** mi a helyzet 8-cal nem osztható számok esetén? És ha nem négyzetszámokat néznénk (pl. prímekekre hasonlóan kijön, de mi van más számhalmazokkal)?

## VII. NÉHÁNY TÉTEL A SZÁMOSSÁGOKKAL KAPCSOLATBAN

Ebben a részben a célunk annak tisztázása, hogy a végtelen milyen értelemben, ill. mennyire mérhető.

Azokat a halmazokat, melyekben legfeljebb annyi elem található, ahány pozitív egész szám létezik, **megszámlálhatónak** fogjuk nevezni (tehát ebbe a kategóriába esnek a véges sok elemet tartalmazó halmazok is). A megszámlálható, végtelen sok elemű halmazok az előző definíció alapján úgy is jellemezhetők, hogy elemeik sorozatba rendezhetők.

A megszámlálható számosságú halmazok alapvető tulajdonságát mondja ki az alábbi tétel:

**Tétel:** Megszámlálhatóan sok megszámlálható halmaz uniója szintén megszámlálható halmaz.

**Bizonyítás:** Legyenek a szóban forgó megszámlálható halmazok  $A_1, A_2, A_3, \dots$  (ebbe az a lehetőség is belefér, hogy esetleg csak véges sokan vannak).

Tetszőleges  $i$  pozitív egész esetén az  $A_i$  elemei (esetleg véges hosszú) sorozatba rendezhetők. Jelölje az  $A_i$  halmaz  $j$ -edik elemét  $a_j(i)$ .

Megmutatjuk, hogy az összes  $a_j(i)$  elem sorozatba rendezhető, ami azt fogja bizonyítani, hogy az unióhalmaz valóban megszámlálható.

Induljunk ki abból a tényből, hogy minden pozitív egész számot egyértelműen fel lehet írni egy kettőhatvány és egy páratlan szám szorzataként, azaz  $2^{u-1} \cdot (2v-1)$  alakban, ahol  $u$  és  $v$  alkalmas pozitív egészek (ez a számelmélet alaptételének közvetlen következménye).

Legyen a definiálandó sorozat a következő:

Ha  $n = 2^{u-1} \cdot (2v-1)$ , akkor a sorozat  $n$ -edik eleme legyen  $a_u(v)$ . Ezzel az unióhalmaz elemeit sorozatba rendeztük, és a tételt beláttuk.

**Következmény:** a tételből könnyen következik, hogy a természetes számok halmaza és az egész számok halmaza megszámlálható, ugyanis  $\mathbb{N} = \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$ ,

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^+ \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^-.$$

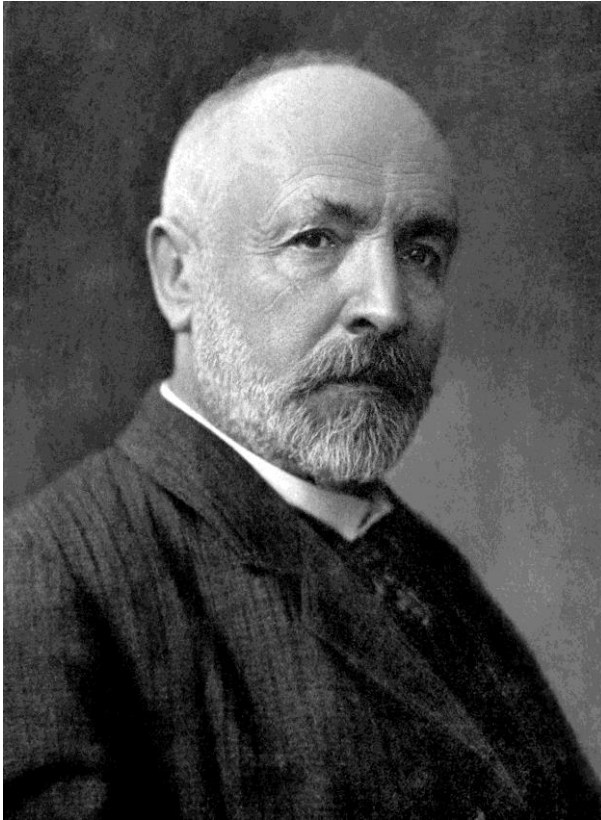
Sőt az is leolvasható, hogy a pozitív racionális számok halmaza szintén megszámlálható. Ezt úgy láthatjuk be, hogy először észrevesszük, hogy  $\mathbb{Z}^+$  részhalmaza  $\mathbb{Q}^+$ -nak, tehát  $\mathbb{Q}^+$ -nak legalább annyi eleme van, mint  $\mathbb{Z}^+$ -nak. Másrészt, ha gyártunk egy olyan  $(y_n)$  sorozatot, aminek  $n = 2^{u-1} \cdot (2v-1)$  esetén az  $n$ -edik eleme éppen az  $u/v$  racionális szám, akkor azt is láthatjuk, hogy  $\mathbb{Q}^+$ -nak legfeljebb annyi elem van, mint  $\mathbb{Z}^+$ -nak. Tehát  $\mathbb{Z}^+$  és  $\mathbb{Q}^+$  elemszáma egyenlő.

Mivel  $\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^+ \cup \mathbb{Q}^- \cup \{0\}$ , ezért a tétel miatt a racionális számok halmaza is megszámlálható.

**Megjegyzés:** az előbbieken azt a látszólag paradox állítást bizonyítottuk, hogy egy halmaz lehet akkora méretű, mint egy valódi részhalmaza. Itt viszont nem szabad elfelejtenünk, hogy végtelen halmazokról volt szó, és ez a tény fel is oldja a (látszólagos) paradoxont.

Most arra fogunk kitérni, hogy vannak olyan végtelen halmazok, amik nem megszámlálhatóak, hanem „nagyobbak” annál. Ki fog derülni, hogy a valós számok halmaza nem megszámlálható halmaz, hanem megszámlálhatónál nagyobb méretű.

Ehhez szükségünk lesz a már felhasznált **Cantor-axiómára**, ami azt mondja ki, hogy a számegyenesen adott, egymásba skatulyázott zárt intervallumok sorozatának mindig van közspontja.



3. ábra Georg Cantor (1845-1918)

Az axióma segítségével az alábbi (az ígértnél erősebb) tételt fogjuk belátni:

**Tétel:** A  $[0,1]$  intervallum elemeinek száma nem megszámlálható.

**Bizonyítás:** Azt fogjuk belátni, hogy a  $[0,1]$  intervallum elemeit nem lehet sorozatba rendezni. Ezt indirekt módon fogjuk bebizonyítani. Tegyük fel indirekt, hogy a  $[0,1]$  intervallumon található valós számokat mégis sikerült sorozatba rendeznünk, legyen ez a sorozat

$x_1, x_2, x_3, \dots$

Osszuk fel a  $[0,1]$  intervallumot három egyenlő hosszú részre. Biztos, hogy a három zárt részintervallum közül valamelyik nem tartalmazza  $x_1$ -et. A másik két „harmadot” dobjuk el, és maradjunk csak azon az intervallumharmadon, ami nem tartalmazza  $x_1$ -et.

Most ezt a zárt intervallumot is osszuk fel ugyanúgy három egyenlő részre, ahogyan az előbb is tettük. A kialakuló három zárt részintervallum közül valamelyik nem tartalmazza  $x_2$ -t. A másik két „harmadot” dobjuk el, és maradjunk csak azon az intervallumharmadon, ami nem tartalmazza  $x_2$ -t.

Ez az eljárás vég nélkül folytatható.

Vegyük észre, hogy az eljárás során a megtartott „harmadok” egymásba skatulyázott zárt intervallumok, amiknek a Cantor-axióma miatt van közös pontja. Viszont ez a közös pont nem lehet eleme az  $(x_n)$  sorozatnak, amit az indirekt feltevés szerint a  $[0,1]$  intervallum összes elemének felhasználásával gyártottunk. Ellentmondásra jutottunk, tehát a feltevésünk hamis volt, vagyis a  $[0,1]$  intervallum elemeit nem lehet sorozatba rendezni.

**Probléma:** esik-e valamilyen számosság a pozitív egészek számosságára és a valós számok számosságára közé? A kontinuumhipotézis szerint nem (ez volt Hilbert első problémája az 1900-as kongresszusról).



4. ábra David Hilbert (1862-1943)

Meglepő eredmények derültek ki ezzel kapcsolatban: Gödel belátta, hogy ilyen halmaz létezése nem bizonyítható, majd Cohen belátta, hogy a nemlétezése sem bizonyítható.

## **SZAKIRODALOM**

Peter J. Taylor :International Mathematics Tournament of Towns, Book 2: 1984-1989 (Enrichment Series, Volume 3)

Hajnal András, Hamburger Péter: Halmazelmélet (1994, Nemzeti Tankönyvkiadó)

## VIDÉKFEJLESZTÉS A XXI. SZÁZADBAN

Dr. Udvardy Péter, egy. docens

Óbudai Egyetem, Alba Regia Műszaki Kar (OE-AMK, Székesfehérvár)

udvardy.peter@amk.uni-obuda.hu

*Abstract*—A vidékfejlesztés célja az elmaradott vidéki területek fejlesztése, a lemaradás csökkentése, a vidéken élők életminőségének javítása és mindemellett a versenyképes és jóminőségű élelmiszer előállítás támogatása. A vidékfejlesztés sokat változott az elmúlt 20 év során, Magyarországon jelentős források kerültek felhasználásra a vidéki területeken. A vidékfejlesztés nem egyértelmű sikertörténet, viszont jelentős mértékben hozzájárult Magyarországon és az Európai Unió többi tagállamában is a vidéki életminőség javításához.

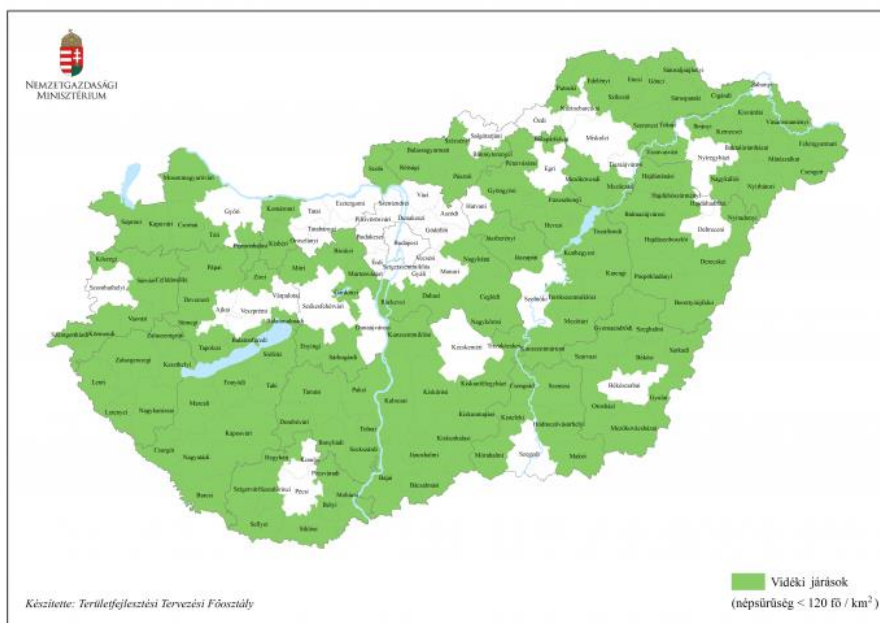
### I. A VIDÉK ÉS A VIDÉKFEJLESZTÉS FOGALMA

A vidék az a terület, ahol a mezőgazdasági és erdészeti területek aránya magas és meghatározó a kistelepülések nagy száma a nagyvárosokhoz képest. Úgy is fogalmazhatunk, hogy a vidék azonos a 'nem város' fogalmával. Megközelíthető a vidék értelmezése az ott élők életmódjával is, vagy a vidékinek tekintett területek jobb életminőségével.

Ha definiálni akarjuk a vidéki területeket, akkor a népsűrűség, az infrastrukturális ellátottság, a munkanélküliség és a nagyvárosoktól való távolságra támaszkodhatunk. Azonban ezen paraméterek az idő múlásával már használhatatlanná vagy értelmezhetetlenné válhatnak, mint például a szélessávú internet vagy a gyorsforgalmi utak kiépítésével a virtuális és a valós elérés is jelentősen javult a vidéki térségekben az elmúlt évtized során, ezáltal minimálisra csökkent a különbség a városi urbánus területekhez képest.

A vidéki térségek népsűrűsége adhat viszonylag stabil támpontot a lehatároláshoz: 150 illetve 120 fő négyzetkilométerenkénti lakosságszám alatt vidéki illetve vidékies térségekről beszélünk.

Magyarországon az 1990-es évek közepétől jelennek meg a tervezési dokumentumokban a vidéki térségek; a Területfejlesztésről és területrendezésről szóló törvény 1996-ban, míg az Országos Agrárstruktúra és Vidékfejlesztési Program 1997-ben már említi a vidéki területek fogalmát, bár nem definiálja azt. Látható, hogy Magyarország vidékies jellegű a területét tekintve, lakossága pedig inkább városias.



forrás:terport.hu

### 1. ábra. Magyarország vidéki térségei

A vidéki területek fejlesztése Magyarországon az Uniós csatlakozás előtt is folyamatosan történt, azonban több koncepció által meghatározott több forrásból finanszírozott módon. Egységes vidékfejlesztésről az Uniós csatlakozástól kezdve, illetve már a csatlakozás előtt a 'tanulóprogramok' alkalmazása óta beszélhetünk. A vidékfejlesztés az Európai Unióban is a 90-es években jelent meg egységes programként.

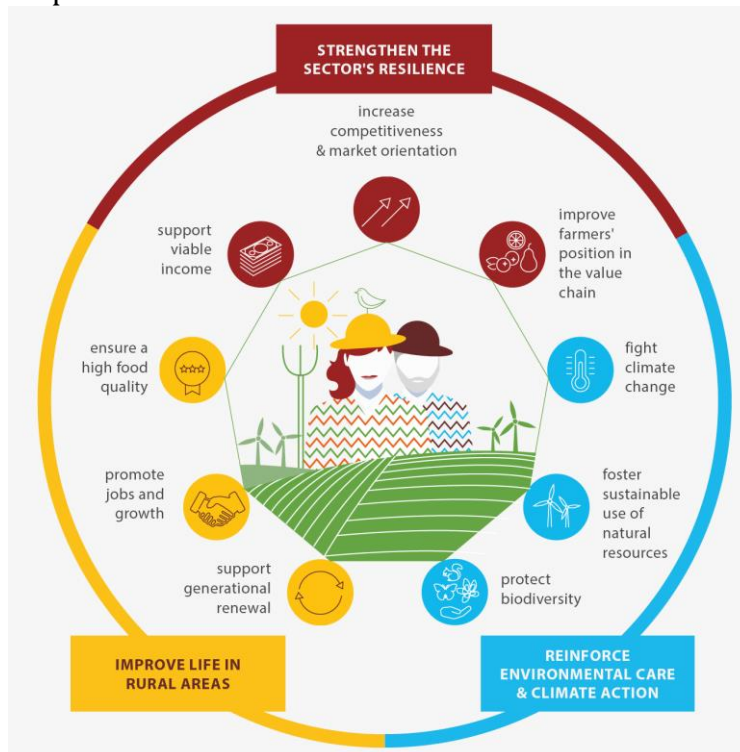
A vidékfejlesztés jelenleg a Közös Agrárpolitika második pilléréként segíti a vidéki területek fejlesztését, jelentős pénzügyi eszközöket rendelve az EU tagállamainak mezőgazdasági és vidékhez köthető területeinek fejlesztéséhez.

A közös agrárpolitika három fő célkitűzése hosszú távon szolgálja a fenntartható fejlődést:

- versenyképesség javítás a vidéki területeken mind a mezőgazdaság mind az erdőgazdálkodás területén
- természeti erőforrás-gazdálkodás úgy, hogy a klímapolitikai célok is megvalósulhassanak ezzel párhuzamosan
- nem utolsó sorban a vidéki közösségek, a vidék társadalmának megerősítése, munkahely teremtés- és megtartás, szociális és infrastrukturális felzárkóztatás.



Az Európai Unió költségvetése hét éves ciklusokban határozza meg a pénzügyi eszközök elosztásának rendszerét. A jelenlegi pénzügyi ciklusban (2021-2027) az Európai Mezőgazdasági Vidékfejlesztési Alap 95,5 milliárd euró felhasználását teszi lehetővé. Ebben az összegben benne van a Covid19 járvány miatti 8,1 milliárd euró többletforrás is a Next Generation EU helyreállítási alaphoz. Annak ellenére, hogy a pénzügyi ciklus közel két éve tart, a vidékfejlesztési kiadások szabályozása a 2020 decemberében elfogadott, úgynevezett 'átmeneti rendelet' alapján történik 2023-ig, ami a korábbi szabályok alkalmazását jelenti a jelen pillanatban is.



forrás: cec.europa.eu

## 2. ábra. Milyen lesz az új Közös Agrárpolitika?

A vidékfejlesztési programokat az egyes tagországok dolgozzák ki, amelyek lehetnek nemzeti vagy regionális szintű fejlesztési programok. A programok az Európai Mezőgazdasági Vidékfejlesztési Alap keretein belül valósulnak meg úgy, hogy az egyes tagországok nemzeti társfinanszírozást alkalmaznak az EU pénzeszközök mellett.

A pénzügyi eszközök helyes felhasználását az Európai Bizottság és a tagállamok nemzeti vagy regionális hatóságai ellenőrzik, a tagállami szintű hatóságok végzik a pályáztatás és kifizetések, valamint az ellenőrzés folyamatát.

Az Unió vidékfejlesztési célkitűzéseiben meghatározott hat prioritás közül a nemzeti szintű vidékfejlesztési programnak legalább négynek meg kell felelni. Ezek a prioritások:

- tudásátadás és innováció ösztönzése a mezőgazdaságban és az erdészeti kultúrában
- életképes és versenyképes mezőgazdasági termelés elősegítése
- élelmiszerellátási lánc javítása, állatjóléti intézkedések
- erőforrás hatékonyság és karbonsemlegesség
- ökoszisztéma védelem
- társadalom és gazdaság fejlesztése a vidéki régiókban.

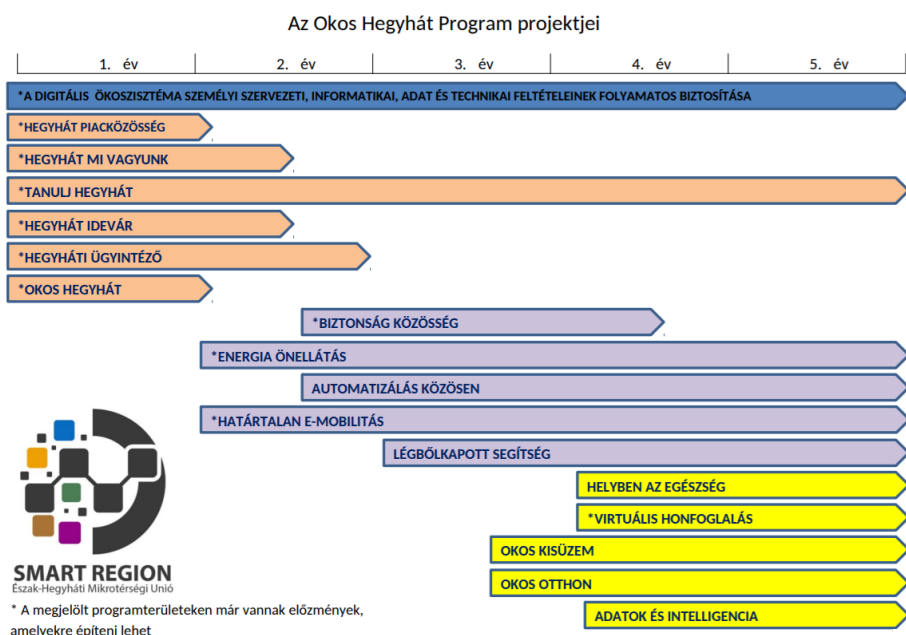
A hat prioritáson belül összesen 18 kiemelt témakört fogalmaznak meg az innováció, a versenyképesség, a biodiverzitás vagy éppen az okszerű vízfelhasználás területén és ezeket a témaköröket kell a vidékfejlesztési programba beépíteni.

A stratégia összeállítása során a tagországok országra szabhatták a szakpolitikákat, itt is 20 féle széleskörű szakpolitikai intézkedés érhető el. Ilyen például a szakképzés, a szaktanácsadás, a minőségbiztosítási rendszerek bevezetése, a beruházások tervezése vagy a fiatal gazdálkodók támogatása.

Fontos kitétel a globális kihívások kezelése és a klímaváltozás hatásainak enyhítésére tett lépések támogatásának céljából az, hogy a rendelkezésre álló erőforrások legalább 30 százalékát az ezzel kapcsolatos kihívások kezelésére kell fordítani. A támogatások formája ebben az esetben főképp vissza nem térítendő támogatás, amit a környezetkímélő technológiákat alkalmazó farmerek és vállalatok kapnak meg.

A LEADER+ program az Unió egyik legrégebbi programja, mely a helyi közösségek kezdeményezéseit támogatja. A helyi programok szervesen kapcsolódnak az átfogó uniós célkitűzésekhez, de a helyi érdekek és szükségletek jelennek meg a támogatásokban. A vidékfejlesztési programok egyik fontos kitétele, hogy a pénzügyi források legalább 5 százalékát LEADER+ programokra kell fordítani.

A vidéki térségek egyik újabb programja az Intelligens falvak (Smart villages) kezdeményezés, melyben a helyi közösségek innovatív és a közösség kezdeményezéseire épülő stratégiával javítják a gazdasági és szociális körülményeiket mobil- és digitális technológiák felhasználásával. Adatbázisok kialakítása, közösségi elérések biztosítása, jogyakorlatok bemutatása és hálózatépítés is szerepel a gyakorlati célok között. A vidékfejlesztési program keretében az Intelligens falvak kezdeményezés elérhető minden vidéki közösség számára. Magyarországon 2019-ben indult el az Intelligens falu mintaprogram Okos Hegyhát Stratégia elnevezéssel.



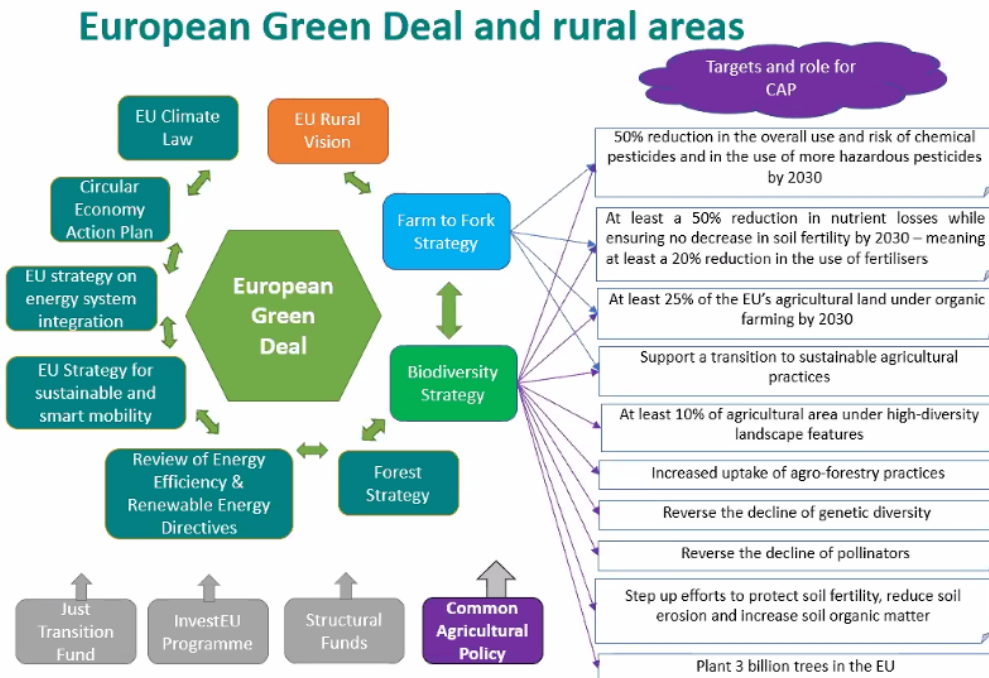
forrás: eszakhegyhatiunio.wordpress.com/

### 3. ábra. Okosfalu mintaprojekt felépítése

A vidéki térségek információs hálózataként jött létre az Európai Vidékfejlesztési Hálózat (ENRD). Fő célkitűzése az, hogy az összes vidékfejlesztésben érdekelt felet elérje naprakész információkkal, háttérrel biztosítson a tudásátadáshoz és a jogyakorlatok bemutatásához, segítse a tagállamok vidékfejlesztési programjainak végrehajtását és előmozdítsa az információ áramlását és az információcserét az érdekelt felek között.

Az Európai Vidékfejlesztési Hálózat elérhetővé teszi az összes vidékfejlesztéssel kapcsolatos pályázatot, projektet, az ezekhez köthető statisztikai adatokat, a monitoring eredményeket. A hálózat keretein belül

létrejötték tematikus munkacsoportok, kiadványok és szakmai találkozók és elérhető egy gyakori kérdések és válaszok oldal is a projektekkel kapcsolatosan.



forrás: enrd.ec.europa.eu

4. ábra. 'Green deal' és a vidék

## II. VIDÉKFEJLESZTÉS A KEZDETEKTŐL

A vidékfejlesztésre szánt Európai Unió források gyakorlatilag a rendszerváltás óta többé-kevésbé folyamatosan rendelkezésre álltak Magyarország számára.

A PHARE, SAPARD, AVOP, NVT programok keretében rendelkezésre álló pénzügyi eszközök kezdetben a magyar agrárium és a magyar vidék fejlődéséhez szükséges intézményrendszer felállítását és annak megerősítését, később pedig a vidéki gazdaság szerkezetátalakítását, a mezőgazdasági térhasználat mellett a másfajta kiegészítő tevékenységek megjelenését és megerősítését támogatta. A tapasztalatok azt mutatják, hogy a fejlesztési források időnként szűkösen bizonyultak a benyújtott pályázatok forrásigényéhez viszonyítva.

**A PHARE (Pologne, Hongrie Aide a la Reconstruction économique) program** 1990 óta áll rendelkezésre Magyarország számára. Az Európai Unió csatlakozásra való felkészülés részeként az uniós követelmények, irányelvek és célkitűzések fokozatos átvételét és azok a magyar jogrendbe való beépítését támogatták e keretből.

Az Európai Közösség 1989-ben eredetileg azzal a szándékkal hozta létre a PHARE programot, hogy támogassa Magyarországot és Lengyelországot a rendszerváltás keretein belül folyó gazdasági és politikai átalakulást, és hogy ez a folyamat zökkenőmentesen és visszafordíthatatlanul menjen végbe. A program hatása leginkább az uniós jogharmonizáció és az intézményrendszer kialakulásán látható. Ekkor épültek ki a pályázati rendszerek, alakultak ki az informatikai háttérrel jelentő fejlesztések.

Az első program keretein belül több mint 160 millió Euró került felhasználásra 1990 és 2003 között. A saját forrás felhasználása, amely 1998-tól része a támogatási rendszernek 35 millió Euró felett volt. Természetesen az Euró bevezetés előtt a közös 'pénz' az ECU volt, amely a tagállamok nemzeti valutáinak megtartása mellett az egyszerű átválthatóságot és az elszámolást biztosította. 1998-ig a rendszer elsősorban a mezőgazdaságon belüli intézményfejlesztést, a strukturális változások elősegítését, a mezőgazdasági beruházások elősegítését és a hitellehetőségek elérésének biztosítását támogatta. Fontos része volt még a rendszernek az ingatlan-nyilvántartási rendszer fejlesztésének segítése is. 1990 és 1996 között öt program állt rendelkezésre Magyarországon:

- a piacgazdasághoz szükséges mezőgazdasági intézmények megerősítése (20 millió ECU),
- a tulajdonosi szerkezetváltáshoz szükséges segítség a mezőgazdasági szektorban (13 millió ECU),
- segítségnyújtás a vidéki bankhálózat létrehozásához és elérhetőségének biztosításához (5 millió ECU),
- agrárvállalkozások támogatása (30,5 millió ECU),
- mezőgazdasági- és birtoknyilvántartás (10 millió ECU).

1997-ben további két programot vettek be a PHARE rendszerbe:

- vidékfejlesztési programok (mintaprojektek) az ország északkeleti és délnyugati részén (8 millió ECU),
- az uniós szabályozásnak való megfeleléshez szükséges intézmények támogatása (1,5 millió ECU).

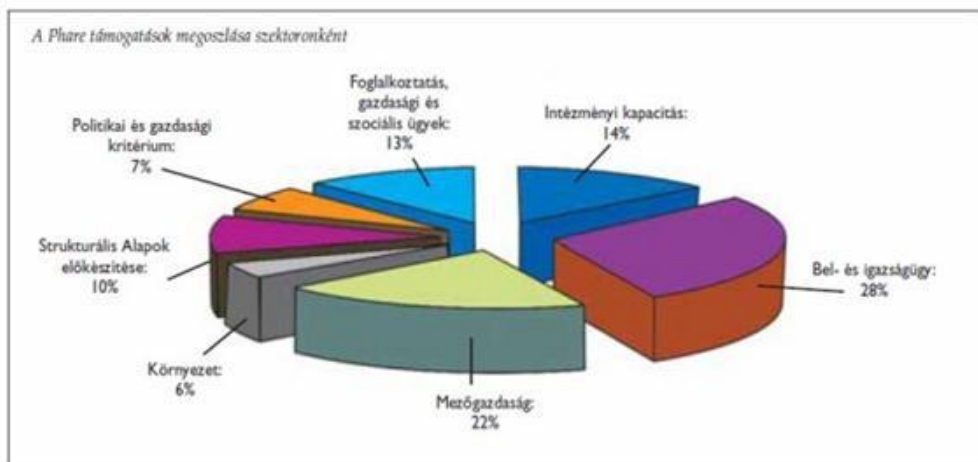
1998-tól kezdve a PHARE támogatásokhoz saját forrást is kellett biztosítani. Ettől az évtől kezdve a mezőgazdasági programok fő célkitűzése már az intézmények uniós csatlakozásra való felkészítése volt:

- uniós szabályozás átvételéhez nyújtott támogatás,
- állategészségügyi ellenőrző állomások kialakítása a határokon,
- növényegészségügyi információs rendszer kialakítása,
- a KAP alkalmazásához szükséges intézmények kialakítása (kifizető ügynökség és információs rendszer kialakítása),
- minőségbiztosítási intézményrendszer kialakítása,
- agár-környezetgazdálkodási programok és vidékfejlesztési rendszerek támogatása,
- növényegészségügyi és a megyei földhivatalok információs rendszerének javítása,
- állategészségügyi és élelmiszerhigiéniai intézmények rendszerének fejlesztése,
- mezőgazdasági intézmények és az erdőnyilvántartás fejlesztése,
- közös piaci szervezetek és termékpályák bevezetése a csatlakozás előtt,
- állategészségügyi ellenőrzések erősítése,
- az EMOGA szervezetének bevezetése a vidékfejlesztésben (SAPARD ügynökség kialakítása),
- szaporítóanyag minőségjavítása,
- juh- és kecske nyilvántartási rendszer kialakítása,
- élelmiszerbiztonság,
- az Integrált Igazgatási és Ellenőrzési Rendszer (IIER) kialakítása,
- országos növényegészségügyi diagnosztikai és ellenőrző rendszer felállítása,
- veszettség elleni program.

A PHARE program lebonyolításáért felelős intézményrendszert Magyarországnak magának kellett kialakítania az Uniós előírásoknak megfelelően. Magyarország képviselőjét a Nemzeti Koordinátor látta el, aki

felelős volt a programok operatív lebonyolításáért, a pénzügyi jelentések elkészítéséért és a Bizottsággal való folyamatos egyeztetésért.

A PHARE programok 2006-ban véget értek hazánkban, az utolsó szerződéskötésekre 2005 novemberében került sor. A PHARE program segítségével közel 200 ágazati- és területfejlesztési program megvalósítását tette lehetővé és hozzásegítette Magyarországot ahhoz, hogy gazdasági és társadalmi berendezkedése tekintetében szervesen illeszkedjen az Európai Unióhoz és zökkenőmentesen kapcsolódhasson az Unió nagy rendszereihez.



forrás: nfu.hu

5. ábra. A PHARE program támogatásának megoszlása

Az Európai Unió kormányfői az 1997-es luxemburgi csúcstalálkozójukon hozták nyilvánosságra az Agenda 2000 nevű dokumentumot, amelyben többek között arról is határoztak, hogy a PHARE segélyprogram mellett újabb segélyeket fognak folyósítani a tagjelölt országoknak.

Az Unió kormányfőinek 1999 tavaszán Berlinben megtartott csúcsertekezletén hagyták jóvá az úgynevezett előcsatlakozási segélyprogramokat, ezek egyike a SAPARD Program, mely az Európai Unióhoz csatlakozni kívánó 10 közép- és kelet-európai országban a mezőgazdaság és a vidékfejlesztés területén kezdeményezett, a csatlakozást előkészítő intézkedések közösségi támogatása a felkészülési időszakban.

Az Európai Unió 520 millió euró keretet határozott meg a **SAPARD programra**, a csatlakozni kívánó 10 ország részére, éves szinten. A

SAPARD Program forrása az alábbiak szerint oszlott meg a tíz ország között:

- Bulgária 52 124 000 euró,
- Cseh köztársaság 22 063 000 euró,
- Észtország 12 137 000 euró,
- Magyarország 38 054 000euró,
- Litvánia 29 829 000 euró,
- Lettország 21 848 000 euró,
- Lengyelország 168 683 000 euró,
- Románia 150 636 000 euró,
- Szlovénia 6 337 000 euró,
- Szlovákia 18 289 000 euró,

A forrásokat az Unió az egy főre eső GDP, a mezőgazdaságban foglalkoztatottak aránya, a mezőgazdasági terület nagysága és a területi sajátosságok alapján osztotta el. A támogatáshoz az országoknak közel 25 százalékos önrészt kellett biztosítaniuk a program működtetéséhez.

Magyarország SAPARD tervét az Unió 2000 szeptemberében fogadta el, a terv a 2000-2006 közötti időszak hivatalos mezőgazdasági és vidékfejlesztési terve lett. A pályázati lehetőségek 2002 novemberétől 2004 májusáig álltak nyitva a pályázók számára. A támogatás felhasználásának végső határideje 2004 szeptember vége volt.

A SAPARD program a közös agrárpolitikára való felkészülést segítette, az AVOP és az NVT előfutárának, 'tanuló programjának' tekinthető. A SAPARD program célja kettős volt, segítséget nyújtani a jelölt országoknak a közösségi jogszabályok (Acquis communautaire) átvételében, különös tekintettel az Európai Mezőgazdasági Orientációs és Garancia Alapból (EMOGA) finanszírozott agrárstruktúra- és vidékfejlesztési intézkedésekre és hozzájárulni egy fenntartható és versenyképes agrárgazdaság kialakításához, valamint a vidék életképességének növeléséhez.

Minden érintett országnak el kellett készítenie egy hét évre szóló (2000-2006) országos mezőgazdasági és vidékfejlesztési tervet, melyben az Európai Unió Közös Agrárpolitikájának célkitűzéseit követi. A SAPARD Tervben az ország helyzetéből (a mezőgazdasági stratégiából, a középtávú fejlesztési tervből) kiindulva meg kellett indokolni, hogy évenként miért,



mire és mennyi támogatást igényel Magyarország erre a periódusra és ezt számításokkal és tanulmányokkal is alá kellett támasztani. Pontosán meg kellett határozni azt is, hogy milyen intézményrendszert hoz létre Magyarország a SAPARD program működtetésére, és hogy ez hogyan működik tovább az Unió taggá válás után.

A program eredetileg kilenc intézkedésből állt, ebből hat került akkreditálásra:

- agrárgazdaságok beruházásai,
- mezőgazdasági és halászati termékek feldolgozása és marketingje,
- szakképzés fejlesztése,
- mezőgazdasági termelési módszerek a környezetvédelem és a vidéki környezet megőrzése érdekében,
- termelői csoportok létrehozása,
- vidékfejlesztési intézkedések,
- gazdasági tevékenység diverzifikálása, alternatív jövedelemszerző tevékenységek fejlesztése,
- falufejlesztés- és megújítás, a vidék tárgyi- és szellemi örökségének védelme és megőrzése,
- vidéki infrastruktúra fejlesztése és javítása.

A technikai segítségnyújtás címszó alatt a SAPARD program népszerűsítésére, előadások szervezésére, tanfolyamok indítására, információs kiadványok szerkesztésére kerülhetett sor.

A Program indulásakor csak a Mezőgazdasági vállalkozások beruházásainak támogatása, a Mezőgazdasági és halászati termékek feldolgozásának és marketingjének fejlesztése, valamint a Vidéki infrastruktúra fejlesztése és javítása intézkedésekre lehetett pályázni. A többi intézkedésre szóló pályázatok a későbbiek folyamán kerültek kiírásra.

A vidékfejlesztési intézkedések csak az úgynevezett vidéki területekre érvényesek. A vidéki térség fogalmát a SAPARD Terv konkrétan megfogalmazta, mely szerint vidéki térségnek minősül a 120 fő/km<sup>2</sup> alatti népsűrűségű terület. Ez azt jelenti, hogy csak olyan tevékenységek kaphatnak támogatást SAPARD-ból, melyek vidéki térségben valósulnak meg.

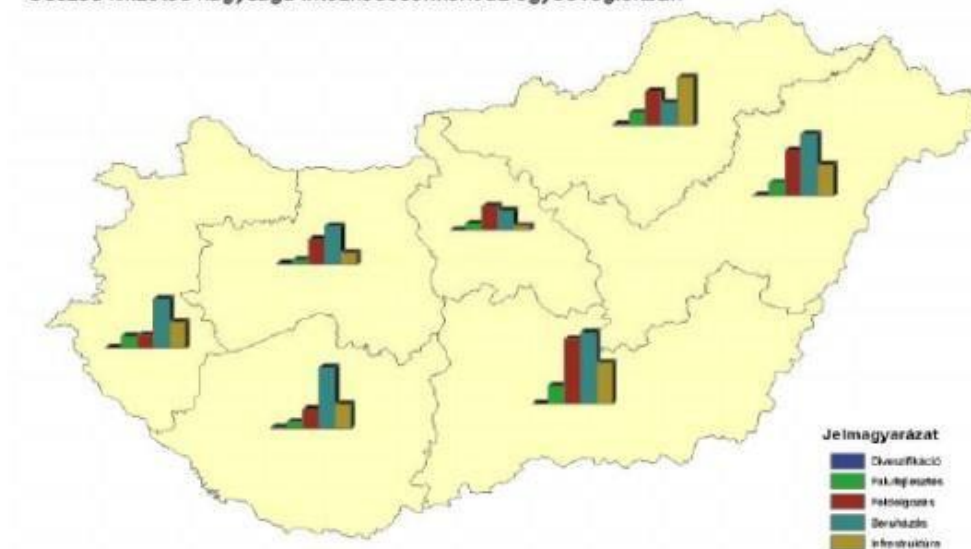
A támogatás igénybevételehez intézkedésenként eltérő mértékű saját erő volt szükséges (60-70%), amelyben a beruházás összes elismerhető költségének legalább 25%-a a saját forrás, kivéve az agrár-környezetvédelmet és tájfenntartást szolgáló termelési módszerek elterjesztését szolgáló és a termelői csoportok felállítása intézkedéseket, mivel ezek nem beruházás jellegűek.

A pályázatokat a regionális SAPARD hivatal hét regionális irodájának egyikében kellett benyújtani, az elbírálás nyilvános pontrendszer alapján történt. A támogatáshoz kifizetett/teljesített számlák ellenében kapták meg a kedvezményezettek.

A legtöbb pályázat az agrárgazdaságok beruházásainak támogatása és a vidéki infrastruktúra fejlesztése és javítása témakörben érkezett. A legkevésbé vonzó kiírás a gazdasági tevékenység diverzifikálása, alternatív jövedelemszerző tevékenységek fejlesztése intézkedés volt. Az igényelt támogatások és a fejlesztési elképzelések nagyjából összhangban voltak a pályázati kiírással és annak pénzügyi tervével.

A regionális különbségeket vizsgálva jelentős eltérések mutathatók ki az egyes régiók részesedésében. A SAPARD támogatásokat a 120 fő/km<sup>2</sup> alatti népsűrűségű vagy 10 ezer fő lakos alatti települések számára volt elérhető. Mivel elsősorban a mezőgazdasági termelés fejlesztését támogatta így nem meglepő módon a jelentősebb mezőgazdasági potenciállal rendelkező területek kapták a nagyobb támogatást (Észak- és Délalföld, valamint Észak-Magyarország). Az Észak-Magyarországi régió aprófalvas részei, valamint a Dél-Dunántúl hasonló részei nem értek el nagy SAPARD forrásokat, hátrányuk megmaradt. A száz legnagyobb SAPARD projekt eloszlása viszont egyenletes az országban.

Összes kifizetés nagysága intézkedésenként az egyes régiókban



forrás: vati.hu

6. ábra. A SAPARD program támogatásának megoszlása

Magyarországon a 2004-2006. évi programozási időszakban a Nemzeti Fejlesztési Tervben megfogalmazott célokhoz kapcsolódóan öt operatív program került megvalósításra, amelyek közül az egyik az **Agrár- és Vidékfejlesztési Operatív Program (AVOP)**.

Az AVOP egyik fő célja volt a mezőgazdasági, halászati és élelmiszerfeldolgozó ágazatokban tevékenykedő gazdasági szereplők versenyképességének javítása, amelynek együtt kell járnia a termékek minőségének és az élelmiszer-biztonság javulásával, ugyanakkor elengedhetetlen a környezetvédelmi, állathigiéniai és – elhelyezési normák teljes körű betartása is.

A vidékfejlesztés középpontjában a hátrányos helyzetű térségek lemaradásának csökkentésére nyújtott segítség állt az infrastruktúra fejlesztése, a vidéki népesség foglalkoztatási lehetőségeinek javítása érdekében a vállalkozások számára alternatív jövedelemszerzési lehetőségek biztosítása, valamint élő, vonzó és egészséges környezet megteremtése révén.

Az Agrár-Vidékfejlesztési Operatív Program (AVOP) az Európai Mezőgazdasági Orientációs és Garancia Alap (EMOGA) Orientációs részlegéből, valamint a Halászati Orientációs Pénzügyi Eszközből (HOPE)

támogatható intézkedésekre vonatkozott. Az Agrár- és Vidékfejlesztés Operatív Program a Nemzeti Fejlesztési Tervben megfogalmazott stratégiai célokhoz kapcsolódott.

Az AVOP továbbvitte és beépítette a hazai agrártámogatási rendszer elemeit, számolt az előcsatlakozási programok (PHARE, SAPARD) adta lehetőségekkel, a programok keretében megvalósuló fejlesztésekkel.

Az AVOP három fő fejlesztési irányt, prioritást határozott meg, melyhez 8 intézkedés, 28 alintézkedés és a megvalósításukhoz szükséges technikai segítségnyújtás társult:

1. prioritás: a versenyképes alapanyag termelés megalapozása a mezőgazdaságban:

- mezőgazdasági beruházások támogatása,
- a halászati ágazat strukturális támogatása,
- fiatal gazdák induló támogatása,
- szakmai továbbképzés és átképzés támogatása,

2. prioritás: Az élelmiszer-feldolgozás modernizálása:

• a mezőgazdasági termékek feldolgozásának és értékesítésének fejlesztése,

3. prioritás: Vidéki térségek fejlesztése:

- vidéki jövedelemszerzési lehetőségek bővítése,
- mezőgazdasági infrastruktúra fejlesztése,
- falufejlesztés- és megújítás a vidék tárgyi és szellemi örökségének védelme és megőrzése,
- LEADER+
- Technikai segítségnyújtás: az AVOP népszerűsítésére, előadások szervezésére, tanfolyamok indítására, információs kiadványok szerkesztésére kerülhetett sor.

Az AVOP megvalósítására a nemzeti és az Unió források együttes összege 422,8 millió Euró, 2006-ra 182,8 millió Euró. A program célkitűzéseinek megfelelően az AVOP forrásaiból legnagyobb arányban (57 százalék) a gazdasági teljesítmény növelését célzó 1. prioritás: „A versenyképes alapanyag-termelés megalapozása a mezőgazdaságban” részesült. A 2. prioritás: „Az élelmiszer-feldolgozás modernizálása” a teljes forrásallokációból 14 százalékos, míg a 3. prioritás: „A vidéki térségek

fejlesztése” pedig 26,5 százalékos részarányt képviselt. A program végrehajtását, megvalósítását elősegítő „Technikai Segítségnyújtás” intézkedésre a rendelkezésre álló források 2,5 százaléka került felhasználásra.

A pályázatokat 2004 májusától lehetett benyújtani, a feldolgozás és értékelés 2004 októbere után kezdődött el, amikor a SAPARD program befejeződött. A benyújtott forrásigények közel 50 százalékkal haladták meg a megpályázható összeget.

Az AVOP intézkedéseinek végrehajtása a Program-kiegészítő Dokumentum alapján történt, amely az operatív programhoz képest részletesebb, pályázat-orientált leírást ad az intézkedésekről, tartalmazza az intézkedésekre vonatkozó forráselosztást, szabályozza a pályázó és a programban résztvevő hatóságok kapcsolatát, valamint az értékelés (monitoring) folyamatát.

Az első két év többségében a pályáztatás időszakát jelentette, ekkor volt lehetőség a legtöbb prioritás esetében a pályázatok benyújtására. 2006-tól kezdve a legtöbb pályázat esetében – a szerződés megkötése után – a megvalósítás volt a cél. A 2007-től kezdődő időszakban a hangsúly a projektek megvalósítására, a kifizetésekre és az ellenőrzésekre helyeződött. A Program jellegéből adódóan a hangsúly a projektek kifizetésére, és befejezésére helyeződött.

Az AVOP keretében meghirdetett pályázati felhívásokra a teljes időszakban összesen 11 171 pályázat került benyújtásra 199,50 milliárd forint támogatási igénnyel. Mind összegben, mind a pályázatok száma tekintetében a várakozásokat jóval meghaladta a teljesülés.

Az Agrár Vidékfejlesztési Operatív Program keretében beérkezett pályázatok közül összesen 4.166 db pályázat (37 százalék) volt sikertelen, mely különböző okokra vezethető vissza (pl. jogosultsági kritériumok nem teljesülése, pénzügyi gondok, visszalépések, visszavonások, stb.).

Az AVOP prioritásokra beérkezett pályázatok regionális megoszlásával kapcsolatban megállapítható, hogy a SAPARD Programhoz hasonlóan az AVOP-nál is az alföldi régiók vállalkozásai jóval nagyobb számban érdeklődtek a különböző intézkedések, és az általuk nyújtott lehetőségek iránt, mint például a közép- magyarországi vagy a dunántúli régiók.

A **Nemzeti Vidékfejlesztési Terv** célja az volt, hogy egységes keretbe foglalja az Európai Mezőgazdasági Orientációs és Garancia Alap (EMOGA) Garanciarészlegéből finanszírozandó vidékfejlesztési intézkedések hazai végrehajtásának rendszerét.

Az NVT támogatta a környezetbarát mezőgazdasági termelést, segítséget adott a kedvezőtlen területeken gazdálkodók számára, segítségével növelhető az ország erdővel borított területének a nagysága.

Az NVT kijelölte a vidéki térségek fenntartható fejlődését szolgáló célokat, prioritásokat, valamint tartalmazza az egyes intézkedések céljait, az intézkedések keretében támogatható tevékenységeket, a támogatás igénybe vételének feltételeit és végrehajtásának részletes szabályait is.

Az NVT intézkedései hozzájárultak a félig önellátó gazdaságok életképességének és gazdasági kilátásainak javításához, továbbá termelői csoportok kialakításához és működtetéséhez. Az alábbi hat területen lehetett pályázni 2004 őszétől kezdve:

- agrár-környezetgazdálkodás támogatása,
- kedvezőtlen adottságú területek (LFA) támogatása,
- mezőgazdasági területek erdőtelepítési támogatása,
- az EU környezetvédelmi, állatjóléti és higiéniai előírásainak való megfelelés támogatása,
- a félig önellátó mezőgazdasági üzemek szerkezetátalakításának támogatása,
- termelői csoportok létrehozásának és működtetésének támogatása.

A Nemzeti Vidékfejlesztési Terv hatóköre az EMOGA Garanciarészlegéből támogatott kísérő intézkedésekre terjedt ki. Tartalma ezért a vidékfejlesztés integrált megközelítéséhez képest szűkített. A komplex vidékfejlesztést a Nemzeti Fejlesztési Terv operatív programjainak, kiemelten az Agrár- és Vidékfejlesztési Operatív Programnak (AVOP) a vidéki térségek problémáit, fejlesztéseit érintő intézkedéseivel összhangban történő integrált végrehajtással történt.

Magyarország egész területe a Strukturális Alapok 1. célkitűzése alá esett a 2000-es évek közepén. Az NVT horizontálisan az ország egész területére alkalmazandó volt azonos feltételekkel. Ez alól kivételt képeztek a zonális agrár-környezetgazdálkodási célprogramok (ÉTT) 8. számú mellékletben kijelölt célterületeken és a kompenzációs támogatások a kedvezőtlen adottságú területeken gazdálkodók számára.

Az agrár-környezetgazdálkodási program közel 700 ezer hektár célterület bevonásával számolt, az NVT által érintett kedvezőtlen adottságú területek nagysága közel 900 ezer hektár volt. A mezőgazdasági területek erdősítése elnevezésű program évi 10 ezer hektár erdőtelepítést támogatott.

A korai nyugdíjazás közel 10 ezer főt érintett, a félig önellátó gazdaságok szerkezetátalakítása 30 ezer gazdaságot és körülbelül 500 ezer hektár területet. A termelői csoportok létrehozásával több mint 150 szövetkezet jöhetett létre 2006-ig.

Az NVT részét képező, vidékfejlesztést támogató intézkedések egy egységes prioritási és célrendszert alkottak és lefedték az ország egész területét. Az EMOGA Orientációs részlege által támogatott további eszközök az AVOP-ban voltak megtalálhatók. A két program kiegészítette egymást, mivel mindkettő alapja közös stratégián nyugodott.

A koherencia másik megközelítése a társadalmi, gazdasági és környezeti elemek együttes és harmonikus fejlődése, a környezeti állapot és a vidéki lakosság helyzetének és lehetőségeinek javítása volt.

Az NVT intézkedései illeszkedtek az igényekhez, voltak kifejezetten népszerű intézkedések is (például a mezőgazdasági területek erdősítése), azonban vannak olyan célterületek is, ahol indokolt lett a módosítás, az igények pontosabb lefedése (például a félig önellátó gazdaságok támogatásának segítése nem váltotta be első körben az elvárt reményeket).

Az **Új Magyarország Vidékfejlesztési Program** a 2007-2013 időszakra vonatkozó Nemzeti Vidékfejlesztési program volt. A program az ország egész területére vonatkozott, a NUTS 2 szintjen mind a 7 közigazgatási régiót lefedte.

Az Új Magyarország Vidékfejlesztési Program I. tengelye a Mezőgazdasági és erdészeti ágazat versenyképességének javítása, célja a termelés modernizációja volt azáltal, hogy a gazdálkodókat szerkezeti változásra ösztönözte, ami minőségi változásokat eredményezett.

Az intézkedések segítették a gazdálkodók összefogását és együttműködését az erősebb piaci pozíció elérése érdekében. Megvalósulhattak fejlesztések, emellett lehetőség volt infrastruktúrafejlesztésre is. Az intézkedések segítették a bioenergia térnyerését. Az I. tengely intézkedései szorosan kapcsolódtak a Nemzeti Erdőprogram (NEP) cselekvési tervéhez (védelem, felhasználás, fejlesztés).

Az Új Magyarország Vidékfejlesztési Program II. tengelye a Környezet és vidék fejlesztése, mely köré szerveződtek a racionálisabb földhasználatot és környezetvédelemhez köthető intézkedések. Két alrendszer alkottak az intézkedések, az előírásokon túli költségek és az elmaradt jövedelem kompenzációja az első alrendszerhez tartozott. A

kompenzációs típusú támogatási rendszer keretében agrár-környezetvédelmi program folyt, a Natura 2000 területek bevonásával.

Az intézkedések arra ösztönözték a gazdálkodókat, hogy csökkentsék a környezetterhelést, segítsék a biodiverzitás fennmaradását, és segítsék az élővizek jó állapotban tartását (lásd még: Vízkövet irányelv, WFD). A Magyarországon őshonos állatok tartására és szaporítására támogatást kaptak a gazdálkodók, mivel a génkészletek megőrzése közös érdekünk. A kedvezőtlen adottságú térségek (LFA) támogatása is a program része volt, a külterjes extenzív gazdálkodási formák megtartása fontos feladatként szerepelt.

A II. tengely másik alrendszere a földhasználatot érintette. A hatékonyabb földhasználat érdekében a használat módjának megváltozása nagy hangsúlyt kapott (például erdősítés a kedvezőtlen adottságú területeken). A fontosabb intézkedések az alábbiak voltak:

- kifizetések kedvezőtlen adottságú területek gazdálkodói részére,
- Natura 2000 kifizetések mezőgazdasági területeken,
- agrár-környezetgazdálkodási kifizetések,
- genetikai erőforrások megőrzése,
- mezőgazdasági földterület első erdősítése,
- agrár-erdészeti rendszerek létrehozása mezőgazdasági területeken,
- erdészeti potenciál helyreállítása,
- erdő-környezetvédelmi kifizetések,
- erdőterületet érintő, nem termelő beruházások.

Az Új Magyarország Vidékfejlesztési Program III. tengelye a Vidéki élet minősége és a vidéki gazdaság diverzifikálása. A III. tengelybe tartozó intézkedések célja a vidéki térségekben élők jövedelemtermelési lehetőségeinek és életminőségének javítása jövedelemtermelő beruházások előmozdítása által. Ez munkahelyteremtéssel lehetséges, ami szintén fontos rész a III. tengely tervezésénél. A vidéki vállalkozások komplex fejlesztését támogatta a program, műszaki fejlesztést, tanfolyamok elvégzését és szaktanácsadási szolgáltatás igénybevételét is ösztönzi. A minőségbiztosítási irányelveknek való megfelelés szintén támogatandó területe volt a tengelynek.



Az életminőség javítását a vidéki környezetben hiányzó szolgáltatások biztosításának támogatásával célozta meg a program, támogatta a helyi költséghatékony megoldásokat. A kulturális és rekreációs lehetőségek bővítése, a vidéki örökség megőrzése szintén kiemelt rész. A helyi stratégiákat a Helyi Vidékfejlesztési Közösségek dolgozták ki, segítették a fejlesztések helyi beágyazódását. Az intézményi háttérrel a Helyi Vidékfejlesztési Irodák adták, amelyek kistérségi szinten működtek, egész Magyarország területén. A fontosabb intézkedések az alábbiak voltak:

- mikrovállalkozások fejlesztésének támogatása,
- turisztikai tevékenységek ösztönzése,
- vidéki gazdaság és lakosság számára nyújtott szolgáltatások,
- falumegújítás – fejlesztés,
- kulturális örökség megőrzése,
- Natura 2000 fenntartási/fejlesztési tervek készítése,
- képzés és tájékoztatás,
- készségek elsajátítása, ösztönzés, végrehajtás.

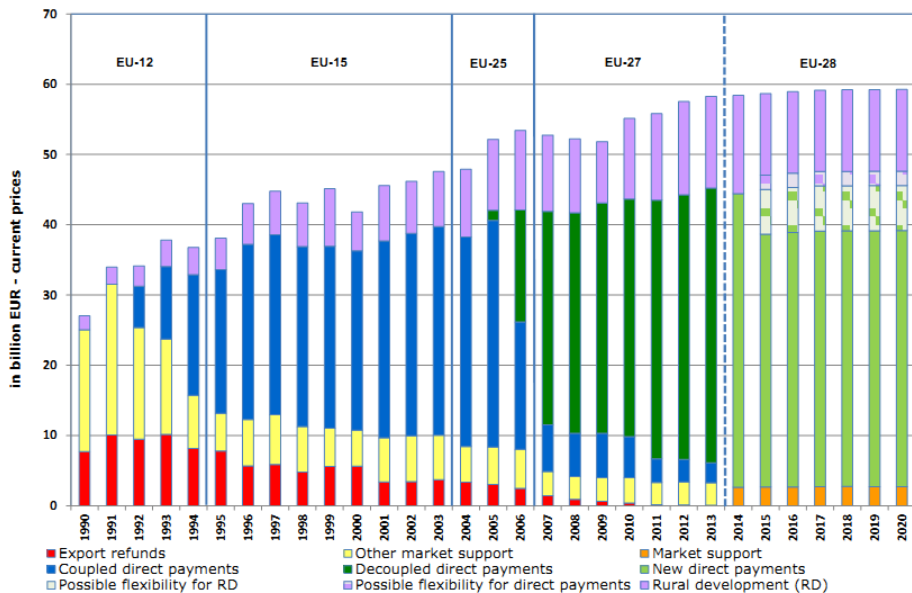
Az Új Magyarország Vidékfejlesztési Program IV. tengelye a LEADER megközelítés megvalósítása volt. A helyi fejlesztési stratégiák megvalósításába tartozó intézkedések célja a belső erőforrások fenntartható és innovatív felhasználásának elősegítése, a vidéki érdekelttek közötti együttműködés megalapozása az integrált megközelítést tartalmazó fenntartható helyi fejlesztési stratégiák előkészítése és megvalósítása érdekében volt, továbbá a helyi innovatív megoldások és az átfogó társulások működtetése, a vidéki régiók életszínvonalának emelése, munkahelyek megőrzése és az élethosszig tartó tanulás segítése.

A LEADER program a 120 fő/km<sup>2</sup> alatti népsűrűségű vagy 10 ezer főnél kevesebb lakosú területekre terjedt ki. A LEADER program a beruházásokra és a nem beruházás típusú fejlesztésekre egyaránt kiterjedt. A vidéki szereplők együttműködésére nagy hangsúlyt fektetett a program. A LEADER program mindhárom tematikus tengely programjait támogatta. Elsőként helyi akciócsoportokat hoztak létre, melyek kidolgozták a stratégiát és meghatározzák a végrehajtandó cselekvéseket. A helyi akciócsoportok választották ki a támogatható projekteket, ellenőrték megfelelőségüket. A kifizetéseket a kifizetőügynökségek végezték. A támogatás vissza nem térítendő támogatás volt.

A térségek közötti és nemzetközi együttműködések során cél a helyi tapasztalatok megosztása, know-how átadása, innováció és helyi kapacitás erősítése. Három szintje van: országon belüli, unión belüli, harmadik országokkal történő együttműködés. A helyi akciócsoportok szerepe a projektek kiválasztásában és támogathatóságának megítélésében volt. A helyi akciócsoport működtetése, készségek elsajátítása, a térség élénkítése intézkedés célja a megfelelő szakmai és pénzügyi háttér biztosítása volt a helyi akciócsoportok számára. A LEADER módszer alkalmazásának alapját a területi együttműködés számára a hatékony szervezeti struktúra kialakítása jelentette. A helyi akciócsoportok ösztönzése szintén támogatható területként szerepelt. Ez többek között a következő elemeket tartalmazta:

- információszolgáltatás,
- emberi erőforrás fejlesztés,
- konfliktuskezelés,
- projektek létrehozása,
- multiszektorális együttműködések bátorítása,
- partnerek képzése,
- akciócsoport vezetőinek képzése,
- tanulmányok készítése,
- helyi akciócsoport képviselő fórumokon.
- 

A LEADER program általánosságban mindhárom tengelyhez kapcsolódott, azonban leginkább a III. tengely speciális céljait szolgálta. A LEADER tengely szorosan kapcsolódott az integrált regionális tervezést tartalmazó operatív programokhoz.



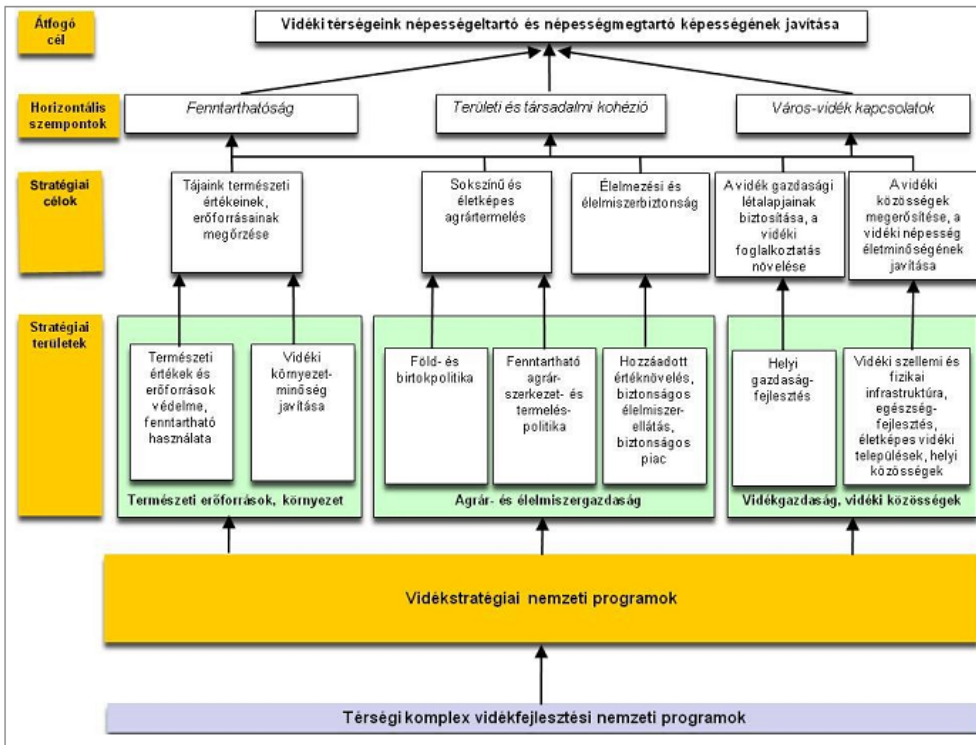
forrás: ec.europa.eu

7. ábra. A KAP kiadásainak változásai a bővítések során

A **Nemzeti Vidékstratégia (NVS)** célja, hogy a Magyarország vidéki térségeinek nagy részén érvényesülő kedvezőtlen folyamatokat megfordító, a fenntarthatóságot, az életképes élelmiszertermelést és a vidéki értékeket a középpontba állító vidékpolitikai célokat, kereteket és végrehajtási kereteket jelöljön ki. A Nemzeti Vidékstratégia szorosan kapcsolódott az Európai Unió Európa 2020 Stratégiájához és a kapcsolódó 2014-2020 pénzügyi és programfinanszírozási időszakhoz. A program célja az volt, hogy a vidéki lakosság életminősége érezhetően javuljon úgy, hogy közben a vidéki értékek és a biológiai sokféleség megőrződjenek.

A stratégia átfogó megközelítést alkalmazott, számos kapcsolódási pontja volt a már meglévő stratégiai programokhoz és ágazati tervekhez. Ilyen program a Széchenyi Terv, a Széll Kálmán Terv, a Semmelweis Terv, a Magyary Terv, a Külpolitikai Stratégia, a Nemzeti Természetvédelmi Alapterv, Nemzeti Éghajlatváltozási Stratégia, az Országos Területfejlesztési Konceptió, az Energiastratégia, a Vízyűjtő-gazdálkodási terv, az MTA vízgazdálkodási stratégiai dokumentuma és a Nemzeti Erdőprogram is. A Nemzeti Vidékstratégia végrehajtásához kedvező feltételeket biztosított az Európai Unió kohéziós- és agrár- és vidékpolitikájának összehangolása.

A Nemzeti Vidékstratégia célja a tömegtermelés helyett az európai többfunkciós, jó minőségű terméket termelő és hatékony mezőgazdálkodás megteremtése volt. Elsődleges cél az élelmiszertermelés, a takarmány előállítás, mely az életképes és alkalmazkodó egyéni- és családi kis- és középbirtokokra épül. A program megvalósítása során jelentős munkahelyteremtés zajlott a vidéki térségekben, amely nemcsak közvetlenül az árutereléshez, hanem további változatos vidéki tevékenységekhez is kötődött. A több lábbon álló vidéki közösségek kialakulása során vonzó nem városi területek jöhettek létre. A Nemzeti Vidékstratégia 7 stratégiai területet jelölt ki, a program fókuszja a vidéki területekre esett.

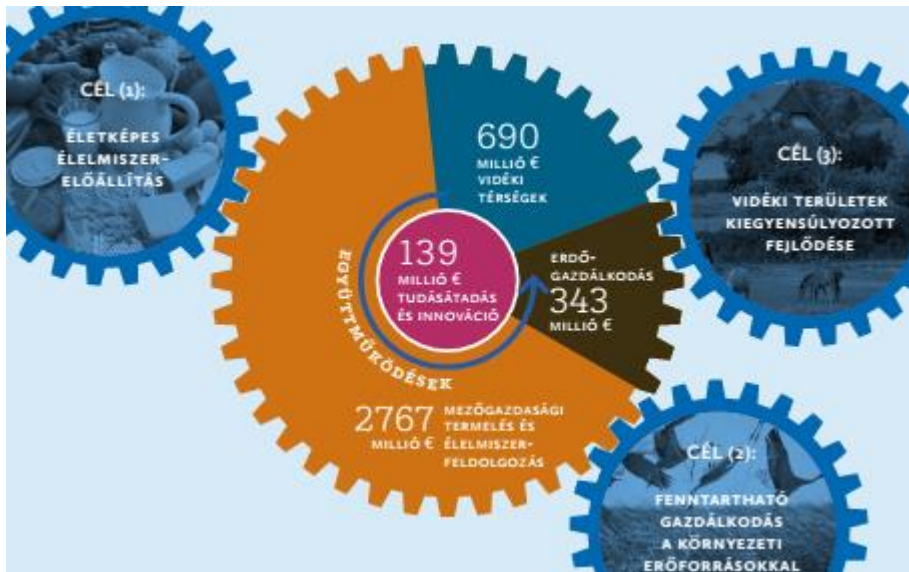


forrás: videkstrategia.kormany.hu

8. ábra. Az NVVS stratégiai célrendszere és területei

A Darányi Ignác Terv a Nemzeti Vidékstratégia megvalósításának keretprogramja volt. Ennek főbb intézkedési területei a következők:

- A jogszabályi környezet megújítása, életszerűvé tétele,
- Hatékony, ügyfélbarát támogatási és intézményrendszer kialakítása,
- Szemléletformálási, képzési programok és akciók indítása
- Uniós és hazai társfinanszírozású programok kidolgozása és indítása
- Nemzeti finanszírozású programok kidolgozása és indítása.



forrás: kormany.hu

9. ábra. A Vidékfejlesztési program

A Vidékfejlesztési Program a 2014-2020 közötti magyar vidékfejlesztési prioritásokat tartalmazta. Összesen 4,2 milliárd Euro volt a felhasználható keretösszege, ebből 3,4 milliárd Euro volt az Uniós finanszírozás. A célkitűzése a következő volt:

- 538 000 ha termőterület (biodiverzitás)
- 132 000 ha erdő
- 2600 beruházási projekt

- 5500 feldolgozási projekt
- 4800 versenyképességi projekt
- 3000 fiatal termelő
- 3900 mezőgazdasági üzem

## V. KONKLÚZIÓ

A vidékfejlesztés sokat változott az elmúlt 20 év során, Magyarországon jelentős források kerültek felhasználásra a vidéki területeken. A vidékfejlesztés nem egyértelmű sikertörténet, viszont jelentős mértékben hozzájárult Magyarországon és az Európai Unió többi tagállamában is a vidéki életminőség javításához.

A sikeres vidékfejlesztés során megerősödnek a helyi közösségek, munkahelyek jönnek létre, erősödik a kohézió, javul a biodiverzitás és ezáltal végső soron erősödnek az urbánus területek is.

## SZAKIRODALOM

1. Udvardy Péter: Agrár- és vidékfejlesztési stratégiák regionális alkalmazása.  
<https://dtk.tankonyvtar.hu/handle/123456789/7602>
2. Dorgai László: Vidék- és területfejlesztés.  
<http://www.ec.europa.eu>